ISTITUZIONI DI MATEMATICA II, PROF. BIRINDELLI

A.A 2017/18

Cognome	Nome	Crediti

REGOLE D'ESAME

i) Non é ammesso l'uso di libri, appunti, cellulari, etc. Si usa soltanto carta e penna!

ii) IL COMPITO DEVE ESSERE SVOLTO SU QUESTI FOGLI (UTILIZZANDO ANCHE IL RETRO), CHE SARANNO GLI UNICI AD ESSERE CONSEGNATI AL DOCENTE

Esercizio 6 Sia la superficie $\phi; [0,3] \times [0,2] \to \mathbb{R}^3$

$$\phi(t,s) = (ts, t, s)$$

a)Determinare se il punto $(1,1,1)$ appartiene alla superficie ϕ

b) Determinare se ϕ è una superficie regolare.

c) Determinare l'equazione del piano tangente a ϕ nel punto $\phi(2,1)$

d) Calcolare l'area della superficie.

Esercizio 7

Dato il campo vettoriale $F(x, y) = (y + x^2, x + e^{2y})$

a) Determinarne il dominio di esistenza

b) Determinare se è irrotazionale e se è conservativo.

c) Determinare il lavoro di F lungo la curva $\gamma(t) = (t^2, t^3 + 1)$ per $t \in [0, 1]$

d) Determinare il lavoro di F lungo la curva $\gamma(t) = (\cos t, \sin t)$ per $t \in [0, 2\pi]$.

Esercizio 8 Data l'equazione $y' = \frac{y}{2x-1} + 1$

a) Determinare se la funzione $y(x) = 2x - 1$ è soluzione dell'equazione.

b) Determinare l'insieme delle soluzioni.

c) Determinare la soluzione che soddisfa il dato di Cauchy $y(0) = 1$.

d) Determinare l'intervallo di esistenza della soluzione del caso c).

Esercizio 4

Sia $\phi : [-1, 1] \to \mathbb{R}^2$, $\phi(t) = (2t^2, t^3)$

a) Determinare se ϕ è chiusa e se è regolare

b)Determinare le coordinate del punto $\phi(\frac{1}{2})$ e se il punto $(1, 2)$ appartiene alla curva

c) Calcolare la lunghezza della curva.

d)Trovare una curva $\phi_1 : [1, 3] \to \mathbb{R}^2$ tale che $\phi_1(1) = \phi(1)$ e $\phi_1(3) = \phi(-1)$.

Esercizio 5 Per ogni integrale doppio disegnare il dominio D e calcolare l'integrale

a) $\int\int_D x\, dxdy$ per $D = [0,1] \times [1,3]$

b) $\int\int_D x + y\, dxdy$ per $D = \{(x,y),\ 1 < x < 3, x < y < 2x\}$

c) $\int\int_D x^2 + y\, dxdy$ per $D = \{(x,y),\ x^2 \leq 2 - x\}$

d) Sia $B_2 \setminus B_1$ l'anello circolare centrato nell'origine, con raggio compreso tra 1 e 2. Dimostrare che $\frac{3}{e^4}\pi \leq \int\int_{B_2\setminus B_1} e^{-x^2-y^2} dxdy \leq \frac{3}{e}\pi$