

CALCOLO DIFFERENZIALE

Dipartimento di Informatica

Appello del 16.02.2023

Voto finale

Postazione:

Cognome:

Nome:

Matricola:

Canale I (Prof.ssa I. Birindelli)

Esercizio	Punteggio
1	/7
2	/4
3	/6
Risp. Mult.	/15
Totale	/32

Es. 1 [7 =1+2+2+1+1 punti] Si consideri la funzione $f(x) = \arctan\left(\frac{x-2}{x+3}\right)$.

a) Se ne determini il dominio naturale: $D =$

b) Si calcolino i limiti e gli eventuali asintoti agli estremi del dominio.

c) Se ne calcoli la derivata prima.

d) Si studino gli intervalli di monotonia e si calcolino eventuali punti di massimo o minimo relativo e assoluto.

e) Se ne disegni il grafico. (Non è necessario calcolare la derivata seconda e studiare la convessità.)



[Suggerimento: $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.]

Es 2 [4 punti] Calcolare, giustificando i passaggi essenziali in poche parole (o formule):

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^{2x} + 2x^4}{5^x - 3x^7 + \ln x}$$

Es 3 [6 punti] Si enunci il teorema di Lagrange e se ne accenni la dimostrazione.

Teorema:

Dimostrazione.

Es 4 [2 punti] Il polinomio di Taylor di ordine 2 della funzione logaritmo naturale in $x_0 = e$ è (non si espandano le potenze $(x - x_0)^k$):

$T_{2,e}^{\ln}(x) =$

Es 5 [2 o -1 punti] La funzione $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = \arctan \frac{1}{x+1}$

- (A) Ha massimo, ma non ha minimo (B) Ha minimo uguale a $-\frac{\pi}{2}$ e massimo uguale a $\frac{\pi}{2}$
(C) Non ha né minimo, né massimo (D) Ha minimo, ma non ha massimo

Es 6 [2 o -1 punti] Sia $f : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ continua e derivabile e valgano $f(1) = 1$, $f(2) = \pi$. Allora sicuramente:

- (A) f è crescente in $(1, 2)$ (B) $\exists \xi \in (1, 2)$ tale che $f'(\xi) = 0$
(C) $\exists \xi \in (1, 2)$ tale che $f'(\xi) = \pi - 1$ (D) $\exists \xi \in (1, 2)$ tale che $f(\xi) = 0$
(E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

Es 7 [2 o -1 punti] $2 \ln 9$ è uguale a:

- (A) $4 \ln 3$ (B) 3^4 (C) $9 \ln 2$ (D) $3 \ln 4$ (E) e^{18}

Es 8 [± 0.5 punti per ogni risposta] Sia data la successione $a_n = (-1)^n e^{1/n}$. Dire quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali false:

- (A) $a_{2023} < 0$ V F (B) La successione è monotona V F
(C) La successione è limitata V F (D) La successione è divergente V F
(E) La successione è costante V F (F) Esiste una sotto-successione convergente V F

Es 9 [2 o -1 punti] $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{2x} =$

- (A) 1, (B) e , (C) e^2 , (D) e^4 , (E) $+\infty$

Es 10 [± 0.5 punti per ogni risposta] Data l'equazione $z^2 + 2iz - 4 = 0$ nel campo complesso. Dire quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali false:

- (A) L'equazione ha due soluzioni distinte V F (B) La parte immaginaria della soluzione vale 3 V F
(C) L'equazione non ha soluzioni reali V F (D) L'equazione è equivalente a $(z + i)^2 = 9$ V F