Prova Scritta di Analisi Matematica II

Commissione Falcone, 6.2.95

1. Calcolare il volume della regione $A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4R^2, x^2 + (y-R)^2 \leq R^2\}$.

2. Sia data la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x|y|^\alpha log(x^2+y^2)}{2x^2+y^2} & xy \neq 0, \\ 0 & xy = 0. \end{cases}$$

Studiare la continuità della funzione in dipendenza del parametro α in un generico punto $(x_0, 0)$.

3. Trovare, sulla curva di equazione $x^2 + 2y = 3$, il punto di minima distanza dal punto $P = (2,2)$.

4. Trovare la soluzione dell'equazione $y'' - y'^2 + y'(y-1) = 0$ tale che $y(0) = 2$ e $y'(0) = 2$.

5. Quante soluzioni del tipo $y = \phi(x)$ sono definite implicitamente dall'equazione $e^{(x-1)y} - y^2 e^{(x-1)} = 0$ in un intorno del punto $x = 1$? Motivare la risposta.

6. Calcolare l'integrale $\int_Q (xy)^{-1/2}$ sul quadrato $Q = [0,1] \times [0,1]$.