

ISTITUZIONI DI MATEMATICA II, PROF. BIRINDELLI

A.A 2019/20

| Cognome | Nome | Crediti |
|---------|------|---------|
|---------|------|---------|

**Esercizio 1** Determinare e disegnare gli insiemi di definizione delle seguenti funzioni

a)  $f(x, y) = \frac{1}{x+y}$

b)  $f(x, y) = \log[(x^2 - 1) \cdot (x + y)]$

c)  $f(x, y) = \frac{\sqrt{y^2 - x}}{3x + 2y}$

d)  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 16} + \frac{1}{\log(xy)}$

2

**Esercizio 2** Calcolare  $f(1, -1)$  e determinare i punti critici delle seguenti funzioni

a)  $f(x, y) = y^2 - xy + 3x$

b)  $f(x, y) = \frac{y^2 - x}{3x + 2y}$

c)  $f(x, y) = xy e^{3x+y}$

d)  $f(x, y) = e^{y^2} \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)$

**Esercizio 3**

Sia  $\phi : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $\phi(t) = (t \cos 3t, t \sin 3t)$

a) Determinare le coordinate del punto  $\phi(\frac{\pi}{2})$  e se il punto  $(0, \frac{\pi}{4})$  appartiene alla curva

b) Determinare se  $\phi$  è chiusa e se è regolare

c) Calcolare la lunghezza della curva.

d) Trovare una curva  $\phi_1 : [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}^2$  tale che  $\phi_1(0) = \phi(0)$  e  $\phi_1(3) = \phi(\pi)$ .

**Esercizio 4**

Calcolare i seguenti limiti

a)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} xy^2 + x - y$

b)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,-1)} \frac{x^2 - y^2}{2x + 2y}$

c)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2}$

d) Dimostrare che non esiste

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x \sin y}{x^2 + y^2}$$