

ISTITUZIONI DI MATEMATICA II, PROF. BIRINDELLI

A.A 2019/20

Cognome	Nome	Crediti
---------	------	---------

Esercizio 1

Sia $\phi : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}^2$, $\phi(t) = ((t - 1)^2, (t - 1)^3)$

a) Determinare se ϕ è chiusa e se è regolare

b) Determinare le coordinate del punto $\phi(\frac{1}{3})$ e se il punto $(\frac{1}{4}, \frac{-1}{8})$ appartiene alla curva

c) Calcolare la lunghezza della curva.

d) Trovare una curva $\phi_1 : [1, 3] \rightarrow \mathbb{R}^2$ tale che $\phi_1(1) = \phi(1)$ e $\phi_1(3) = \phi(2)$.

2

Esercizio 2 Per ogni integrale doppio in a), b) e c) disegnare il dominio D e calcolare l'integrale

a) $\int \int_D \sin x \, dx dy$ per $D = [-2\pi, 0] \times [0, 2\pi]$

b) $\int \int_D x \, dx dy$ per $D = \{(x, y), 0 < x < 1, 0 < y < 1 - x^2\}$

c) $\int \int_D e^{2x} \, dx dy$ per $D = \{(x, y), 0 < x, 0 \leq y \leq 3 - x\}$

d) Sia $f(x, y) = x^2 + 1$. Dimostrare che se D è un disco di raggio R allora

$$\int \int_D f(x, y) \, dx dy \geq \pi R^2.$$

Esercizio 3

Per ogni integrale in a), b) e c) disegnare il dominio D e calcolare l'integrale

a) $\int \int_D x^2 dx dy$ per $D = \{(x, y), x^2 + y^2 \leq 2\}$

b) $\int \int_D x dx dy$ per $D = \{(x, y), 0 < x, 0 < y, x^2 + y^2 \leq 1\}$

c) $\int \int_D \frac{1}{1+x-y} dx dy$ per $D = \{(x, y), 0 \leq x + y \leq 1, 0 \leq x - y \leq 2\}$

d) $\int \int \int_E 1+x dx dy$ per $E = \{(x, y, z), (x, y) \in [-2, 0] \times [0, 2], 1+x \leq z \leq x+y\}$