

ISTITUZIONI DI MATEMATICA II, BIRINDELLI

Cognome	Nome	Crediti
---------	------	---------

Esercizio 1 Data la curva $\phi(t) = (t \cos(3t), t \sin(3t))$ con $t \in [0, 2\pi]$

- Determinare se il punto $(0, -\frac{\pi}{2})$ appartiene alla curva
- Determinare se la curva è chiusa e se è regolare
- Determinare un vettore tangente alla curva nel punto $\phi(\frac{\pi}{3})$
- Determinare la lunghezza della curva

Esercizio 2

- Disegnare l'insieme di definizione della funzione $f(x, y) = \frac{\sqrt{x}}{x^2+y}$
- Se $f(x, y) = x + 3xy$ e $g(x) = \sin(3x)$ determinare $h(x, y) = g(f(x, y))$
- Calcolare il gradiente della funzione $f(x, y) = xe^{xy^2}$
- Determinare l'equazione del piano tangente in $(0, 0)$ della funzione $f(x, y) = x^2 - y^2 + 2xy$

Esercizio 3 Nei punti a e b determinare i punti critici e la loro natura delle seguenti funzioni

- $f(x, y) = x^2 - y^2$
- $f(x, y) = xe^{xy}$
- Determinare il massimo e minimo assoluto di $f(x, y) = xy - x$ nel triangolo di vertici $(0, 0)$, $(0, 1)$ e $(1, 0)$

Esercizio 4 Considerata l'equazione differenziale $y' = \frac{x^2}{y^2}$

- Dire se $y(x) = x$ è una soluzione
- Determinare l'insieme delle soluzioni
- Determinare una soluzione che verifica il dato $y(2) = -3$
- Determinare in quale intervallo la soluzione trovata in c) è soluzione dell'equazione

Esercizio 5 Considerata l'equazione differenziale $y'' + 3y = 2x$

- Dire se $y(x) = \frac{1}{3}x$ è una soluzione
- Determinare l'insieme delle soluzioni
- Determinare una soluzione che verifichi il dato $y(0) = 0, y'(0) = 1$
- Determinare se esiste una soluzione che sia limitata in \mathbb{R}