

## ISTITUZIONI DI MATEMATICA II, BIRINDELLI

| Cognome | Nome | Crediti |
|---------|------|---------|
|---------|------|---------|

**Esercizio 1** Data la curva  $\phi(t) = (t \cos(3t), t \sin(3t))$  con  $t \in [0, 2\pi]$

- Determinare se il punto  $(0, -\frac{\pi}{2})$  appartiene alla curva
- Determinare se la curva è chiusa e se è regolare
- Determinare un vettore tangente alla curva nel punto  $\phi(\frac{\pi}{3})$
- Determinare la lunghezza della curva

**Esercizio 2**

- Disegnare l'insieme di definizione della funzione  $f(x, y) = \frac{\sqrt{x}}{x^2+y}$
- Se  $f(x, y) = x + 3xy$  e  $g(x) = \sin(3x)$  determinare  $h(x, y) = g(f(x, y))$
- Calcolare il gradiente della funzione  $f(x, y) = xe^{xy^2}$
- Determinare l'equazione del piano tangente in  $(0, 0)$  della funzione  $f(x, y) = x^2 - y^2 + 2xy$

**Esercizio 3** Nei punti a e b determinare i punti critici e la loro natura delle seguenti funzioni

- $f(x, y) = x^2 - y^2$
- $f(x, y) = xe^{xy}$
- Determinare il massimo e minimo assoluto di  $f(x, y) = xy - x$  nel triangolo di vertici  $(0, 0)$ ,  $(0, 1)$  e  $(1, 0)$

**Esercizio 4** Considerata l'equazione differenziale  $y' = \frac{x^2}{y^2}$

- Dire se  $y(x) = x$  è una soluzione
- Determinare l'insieme delle soluzioni
- Determinare una soluzione che verifica il dato  $y(2) = -3$
- Determinare in quale intervallo la soluzione trovata in c) è soluzione dell'equazione

**Esercizio 5** Considerata l'equazione differenziale  $y'' + 3y = 2x$

- Dire se  $y(x) = \frac{1}{3}x$  è una soluzione
- Determinare l'insieme delle soluzioni
- Determinare una soluzione che verifichi il dato  $y(0) = 0, y'(0) = 1$
- Determinare se esiste una soluzione che sia limitata in  $\mathbb{R}$