

**ISTITUZIONI DI MATEMATICA II, BIRINDELLI**

Cognome	Nome	Crediti
---------	------	---------

**REGOLE D'ESAME**

**IL COMPITO DEVE ESSERE SVOLTO SU QUESTI FOGLI, CHE SONO GLI UNICI AD ESSERE CONSEGNATI AL DOCENTE PER LA CORREZIONE**

**Esercizio 1** Per le funzioni dei punti a, b, e c determinare i punti critici e la loro natura

a)  $f(x, y) = 2x^2 + 3y^2 - 6y$

b)  $f(x, y) = \frac{xy^3}{3} - 4xy.$

c)  $f(x, y) = e^x(x - 1)(y - 1) + (y - 1)^2$

d) Trovare il massimo assoluto della funzione  $f(x, y) = xy^3$  ristretta al cerchio  $x^2 + y^2 = 4$ .

**Esercizio 2** Calcolare i seguenti integrali

a)  $\int \int_D e^{2x} dx dy$  con  $D = [-1, 2] \times [-3, 1]$

b)  $\int \int_T x dx dy$  dove  $T$  è il triangolo di vertici  $(0, 0)$ ,  $(0, 2)$ ,  $(1, 1)$ .

c)  $\int \int_D x dx dy$  con  $D = \{(x, y), y^2 \leq x \leq 4 - y^2\}$ .

d) Determinare se la curva  $\gamma(t) = (\cos t, \cos t \sin t)$  per  $t \in (-\pi, \pi)$  è semplice.

**Esercizio 3** Sia l'equazione differenziale  $y' = y^3 \sin(2x)$

a) Determinare se  $y(x) \equiv \cos(2x)$  è soluzione.

b) Determinare l'insieme delle soluzioni.

c) Determinare la soluzione che verifica  $y(2) = 0$ .

d) Determinare se esiste una soluzione tangente alla retta  $y = 1$ .

4

**Esercizio 4** Sia il campo vettoriale  $F(x, y) = (x - y^2 e^x, \frac{1}{y} - 2ye^x)$

a) Calcolare  $F(0, 1)$  e determinare l'insieme di definizione di  $F$ .

b) Determinare se  $F$  è irrotazionale e se è conservativo.

c) Calcolare il lavoro di  $F$  lungo la curva  $\gamma(t) = (\cos t, 3 - \sin t)$  per  $t \in [0, 2\pi]$ .

d) Calcolare il lavoro di  $F$  lungo la curva  $\gamma_1(t) = (t^2, t^3)$  per  $t \in [1, 2]$