

ISTITUZIONI DI MATEMATICA II, BIRINDELLI

Cognome	Nome	Crediti
---------	------	---------

REGOLE D'ESAME

i) IL COMPITO DEVE ESSERE SVOLTO SU QUESTI FOGLI, CHE SONO GLI UNICI AD ESSERE CONSEGNA TI AL DOCENTE PER LA CORREZIONE O PER CHI LO FA DA REMOTO L'ESAME DEVE ESSERE SVOLTO SU UN TOTALE DI 4 FACCIATE DI FOGLIO A4 BIANCO

Esercizio 1 Per le funzioni degli esercizi a, b, e c, calcolare $f(x_o, y_o)$ e determinare e disegnare il dominio

a) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + 2y}$ e $(x_o, y_o) = (1, 4)$

b) $f(x, y) = \log(xy)$ e $(x_o, y_o) = (\frac{1}{2}, 4)$.

c) $f(x, y) = \log\left(\frac{x^2 - y^2}{e^y - x}\right)$ e $(x_o, y_o) = (1, \frac{1}{2})$

d) Trovare una funzione il cui insieme di livello $l = -1$ sia il cerchio di raggio 1, centrato nell'origine.

2

Esercizio 2 Calcolare i seguenti integrali

a) $\int \int_D x - y \, dx dy$ con $D = [-1, 3] \times [-2, 1]$

b) $\int \int_T y \, dx dy$ dove T è il triangolo di vertici $(0, 0)$, $(2, 1)$, $(2, 3)$.

c) $\int \int_D xy \, dx dy$ con $D = \{(x, y), -x \leq y \leq 1 - 2x^2\}$.

d) Calcolare la lunghezza della curva $\gamma(t) = (\cos^2 t, \cos^3 t)$ per $t \in (0, \pi)$.

Esercizio 3 Sia l'equazione differenziale (eq3) $y'' + 4y' - 5y = f(x)$

a) Determinare se $y(x) \equiv 2x$ è soluzione di (eq3) per $f(x) \equiv -10x$

b) Determinare l'insieme delle soluzioni per $f(x) \equiv 0$

c) Determinare l'insieme delle soluzioni per $f(x) = e^x$

d) Determinare se nell'intervallo $(0, +\infty)$ esistono delle soluzioni limitate di (eq3) con $f(x) \equiv 0$.

4

Esercizio 4 Sia il campo vettoriale $F(x, y) = (xy^2 + e^{2x}, x^2y + \cos(\pi y))$

a) Calcolare $F(0, 0)$ e determinare l'insieme di definizione di F

b) Determinare se F è irrotazionale e se è conservativo.

c) Calcolare il lavoro di F lungo la curva $\gamma(t) = (2 \sin t, \cos t)$ per $t \in [0, 2\pi]$.

d) Calcolare il lavoro di F lungo la curva $\gamma_1(t) = (t, t^3)$ per $t \in [0, 1]$