

Esercizi sulle funzioni continue

Esercizio 1. $\forall x \in \mathbb{R}$ studiare la continuità in x della funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3x^2} & x \geq 1, \\ cx + 1 & x < 1, \end{cases}$$

al variare del parametro reale $c \in \mathbb{R}$. Giustificate tutti i passaggi.

Esercizio 2. Spiegare perché esiste $x_0 > 0$ tale che $x_0 = \cos x_0$

Esercizio 3. Sia

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0, \quad a_0 \neq 0$$

un polinomio a coefficienti reali di grado dispari. Dimostrare che $p(x)$ ammette almeno una radice reale.

Esercizio 4. Vi ricordo che la funzione parte intera è la funzione che in x vale il più grande intero minore o uguale a x . È denotata con $[x]$. Studiare la continuità della funzione $x[x]$.