Istituzioni di Matematiche I

Prof. i. Birindelli

I)Dimostrare che la seguente equazione ha due radici reali distinte

$$x^4 + 5x - 10 = 0$$

II) Studiare al variare di $a \in \mathbb{R}$ e $b \in \mathbb{R}$ la derivabilità e la continuità in 1 della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2x^2+1} & x > 1 \\ 2ax + b & x \leq 1 \end{cases}$$

III)Studiare il grafico della funzione $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+3x}}{x-2}$. In particolare determinare: insieme di definizione, intervalli di monotonia della funzione f, eventuali massimi e minimi locali e asintoti, disegnare il grafico.

Inoltre determinare l'equazione della retta tangente in $x = 1$.

IV) Determinare il rango della seguente matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 5 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix},$$

V) Determinare le coordinate del punto di intersezione delle rette r_1 passante per i punti $(1,0)$, $(2,1)$ e r_2 ortogonale alla retta $x + 2y = 1$ e passante per il punto di coordinate $(1,-1)$