

Esercizio 1

Calcolare i limiti delle successioni seguenti

$$\sqrt[n]{n^2}$$

$$n - (\log n)^3$$

$$\frac{\log(n+1)}{\log(n)}$$

$$\frac{\log(n^2)}{\log(n^3)}$$

$$\frac{\log(n^2+5)}{\log(n^3)}$$

$$\frac{n^2 + 5n - \log(n)}{n^3 + 2n^2 - n}$$

$$\frac{n+3 \sin(n)}{n + \log(n)}$$

$$\frac{2^n + \log(n) - n^2}{2^n + n^2 - n}$$

$$\frac{2^n - (\log n)^2}{3^n + n^3 - n}$$

$$\frac{e^n + n^2 - (\log n)^3}{n! - n + 1}$$

Esercizio 2

(a) Sia $x \in \mathbb{R}$. Mostrare che

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{x^n}{n!} = 0.$$

(b) Mostrare che

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n!}{n^n} = 0$$

Esercizio 3

Sia $(a_n)_n$ una successione limitata, e $(b_n)_n$ una successione infinitesimale, cioè tale che

$$\lim_n b_n = 0$$

Dimostrare che $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n b_n = 0$.