

Cognome e nome

Se ammesso, desidererei sostenere la prova orale in data:

17-18 dicembre;

19-20 dicembre;

7-10 gennaio.

Note

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Sia

$$f(x, y) = 2ye^x + x^2 + \text{sen}(x^2y).$$

Dimostrare che l'equazione $f(x, y) = 0$ definisce implicitamente una funzione $y = \varphi(x)$ oppure $x = \varphi(y)$ in un intorno dell'origine, e scrivere il polinomio di Taylor del secondo ordine di φ con punto iniziale l'origine. Dire come è fatto il grafico di φ vicino all'origine. (8 punti)

2. Decidere se il campo vettoriale piano

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(\frac{x}{(x^2 + (y-2)^2)^2} + \text{sen } x, 3y + \frac{y-2}{(x^2 + (y-2)^2)^2} \right)$$

è conservativo, e calcolare il lavoro compiuto da \mathbf{F} quando agisce su un punto materiale che si muove sul piano dal punto $(0, 0)$ al punto $(\frac{3\pi}{2}, 2)$. (9 punti)

3. Dato l'insieme

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : 0 \leq z \leq 8 - (x^2 + y^2)^{3/2}\},$$

trovarne il volume. Successivamente calcolare

$$\iiint_E xyz \, dx \, dy \, dz,$$

dove

$$E = \{(x, y, z) \in D : 0 \leq y \leq x\}.$$

(10 punti)

4. Al variare del parametro reale α , trovare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''(x) + 9y(x) = 4 - 2 \cos(\alpha x)$$

(9 punti)