

## 1 Estremo superiore e inferiore

Calcolare estremo superiore ed inferiore dei seguenti insiemi di numeri reali, e dire se si tratta rispettivamente di un massimo o di un minimo (qui si intende che  $\mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$ ):

$$1 \quad E = \left\{ x = \sin t, t \in \left(-\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}\right] \right\}$$

$$2 \quad E = \left\{ x = (-1)^n \frac{2n-1}{n}, n \in \mathbb{N} \right\}$$

$$3 \quad E = \left\{ x = (-1)^n \frac{2n+1}{n}, n \in \mathbb{N} \right\}$$

$$4 \quad E = \left\{ x = \frac{n}{n^2+20}, n \in \mathbb{N} \right\}$$

$$5 \quad E = \left\{ x = \frac{n^2+5n+1}{n^2}, n \in \mathbb{N} \right\}$$

$$6 \quad E = \left\{ x = \sqrt{1 - \frac{1}{2n+5}}, n \in \mathbb{N} \cup \{0\} \right\}$$

$$7 \quad E = \left\{ x = \frac{2}{m} - \frac{1}{n^2}, n, m \in \mathbb{N} \right\}$$

$$8 \quad E = \left\{ x = \frac{m^2-3}{n+1}, n, m \in \mathbb{N} \cup \{0\} \right\}$$

$$9 \quad E = \left\{ x = \frac{3n+2}{n}, n \in \mathbb{N} \right\}$$

$$10 \quad E = \left\{ x = n - \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N} \right\}$$

$$11 \quad E = \left\{ x = \frac{n-3}{n^2}, n \in \mathbb{N} \right\} \cup (-1, 1)$$

$$12 \quad E = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{x^2+2} \leq x+3 \right\}$$

$$13 \quad E = \left\{ x = \frac{t+1}{t-2} : t \in \mathbb{R}, t > 2 \right\}$$

$$14 \quad E = \left\{ x = \frac{1-n}{1+n}, n \in \mathbb{N} \right\}$$

$$15 \quad E = \left\{ x \in \mathbb{R} : (\ln x)^3 - 2 \ln x < 0 \right\}$$

Calcolare l'estremo superiore e l'estremo inferiore delle seguenti successioni e dire se sono rispettivamente massimo e minimo ( $n = 1, 2, \dots$ , se non precisato diversamente)

$$16 \quad a_n = \begin{cases} e^{-(n-4)^2} & \text{se } n \text{ è pari,} \\ \frac{3}{n^2-2n+2} - 1 & \text{se } n \text{ è dispari;} \end{cases}$$

$$17 \quad a_n = \begin{cases} \frac{n-3}{4n+4} & \text{se } n \text{ è pari,} \\ e^{-(n-5)^2} & \text{se } n \text{ è dispari;} \end{cases}$$

$$18 \quad a_n = \left( \cos^2 \frac{n\pi}{2} - \frac{1}{2} \right) \frac{n-1}{n^2+2}$$

$$19 \quad a_n = (1 - \cos(n\pi))n + \frac{1}{n}$$

20 Calcolare gli estremi superiore e inferiore di ciascuno degli insiemi numerici

$$E = \left\{ \frac{3\sqrt{n}}{\sqrt{n+4}} : n \in \mathbb{N} \right\}, \quad F = \left\{ 2n + \frac{3}{m} : n, m \in \mathbb{N} \right\}$$

(ove si intende  $\mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$ ).

## 2 Risposte ad alcuni esercizi

$$1: \quad \max E = 1, \inf E = -\frac{1}{2};$$

$$2: \quad \sup E = 2, \inf E = -2;$$

$$3: \quad \max E = \frac{5}{2}, \min E = -3;$$

$$4: \quad \max E = \frac{1}{9}, \inf E = 0;$$

$$5: \quad \max E = 7, \inf E = 1;$$

$$6: \quad \sup E = 1, \min E = \frac{2}{\sqrt{5}};$$

$$7: \quad \sup E = 2, \inf E = -1;$$

$$8: \quad \sup E = +\infty, \min E = -3;$$

$$9: \quad \max E = 5, \inf E = 3;$$

$$10: \quad \sup E = +\infty, \min E = 0;$$

$$11: \quad \sup E = 1, \min E = -2;$$

$$12: \quad \sup E = +\infty, \min E = \frac{7}{6};$$

$$13: \quad \sup E = +\infty, \inf E = 1;$$

$$14: \quad \sup E = \max E = 1, \inf E = -1;$$

$$15: \quad \sup E = e^{\sqrt{2}}, \inf E = 0;$$

$$20: \quad \sup E = 3; \inf E = \min E = \frac{3}{5}; \sup F = +\infty; \inf F = 2;$$