ANALISI II, A.A. 2016–2017

xx gennaio 2017

1) – (Vero/Falso $4 \times 1.5 = 6$ punti). Si consideri la forma differenziale su $\mathbb{R}^2$

$$\omega(x, y) = [e^{y^2} - 2xy\cos(x^2y)]\,dx + [2xye^{y^2} - x^2\cos(x^2y)]\,dy.$$

Dire se sono vere o false le seguenti affermaazioni:

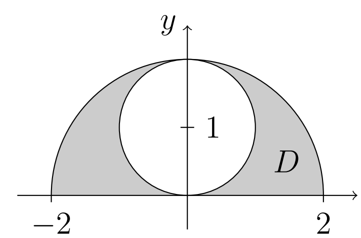
A) La forma ω è chiusa $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

B) La forma ω è esatta $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

C) Una primitiva di ω è la funzione $f(x, y) = xe^{y^2} - \operatorname{sen}(x^2y)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

D) Data la curva $\gamma(t) = (t, t)$ con $t \in [0, 1]$, si ha $\int_\gamma \omega = e - \operatorname{sen}(1)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2) – (Vero/Falso $4 \times 1.5 = 6$ punti). Sia D il dominio compreso fra il semicerchio di centro $(0, 0)$ e raggio 2 contenuto in $\{y \geq 0\}$, e il cerchio di centro $(0, 1)$ e raggio 1, e sia $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}$. Dire se sono vere o false le seguenti affermaazioni (suggerimento: per il calcolo usare le coordinate polari):



A) Il dominio D è in forma normale rispetto a x $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

B) La funzione f è misurabile $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

C) L'integrale di f su D è definito $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

D) L'integrale di f su D è uguale a $2\pi - 4$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3) – (8 punti). Si consideri la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{\cos(x^2 - y^2) - \alpha}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

(i) Sia $\alpha = 1$. Studiare continuità, derivabilità e differenziabilità di $f(x, y)$ nel punto $(0, 0)$.
(ii) Che si può dire per $\alpha \neq 1$?

4) – (7 punti). Data la funzione

$$f(x, y) = 2x^2 - xy + y^2\,,$$

determinarne massimi e minimi assoluti nel triangolo chiuso T di vertici $(0, 0)$, $(1, 0)$ e $(0, 1)$.

5)– (7 punti). Calcolare l'integrale

$$\iint_T \frac{1}{x + y + 3}\,dx\,dy$$

sul triangolo T di vertici $(0, 0)$, $(1, 1)$ e $(1, 2)$.