

xx novembre 2016

1) – (Vero/Falso $4 \times 2 = 8$ punti). Data la funzione

$$f(x, y) = (x - 1) \exp(x \cos(y)) - y^2 + 2y$$

si consideri l'equazione $f(x, y) = 0$. Dire se sono vere o false le seguenti affermazioni:

- | | | |
|--|----------------------------|----------------------------|
| A) Il Teorema del Dini si può applicare in un intorno del punto $(1, 0)$ | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| B) Il Teorema del Dini si può applicare in un intorno del punto $(0, 1)$ | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| C) Dal Teorema del Dini segue che l'equazione $f(x, y) = 0$ definisce un'unica funzione $y = \phi(x)$ in un intorno di $(0, 1)$ e si ha $\phi'(0) = 1$ | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| D) Dal Teorema del Dini segue che l'equazione $f(x, y) = 0$ definisce un'unica funzione $x = \phi(y)$ in un intorno di $(0, 1)$ e si ha $\phi'(1) = 0$ | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |

2) – (Vero/Falso $4 \times 2 = 8$ punti). Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x, y) = 2x^3 - x^2y + y.$$

Dire se sono vere o false le seguenti affermazioni:

- | | | |
|---|----------------------------|----------------------------|
| A) La funzione f ha due punti stazionari | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| B) La funzione f ha un solo punto stazionario | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| C) f ha due punti sella | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| D) f ha un punto sella e un punto di massimo | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |

3) – (8 punti). Si consideri la funzione ($\alpha \in \mathbb{R}$)

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\cos(x^2 - y^2) - \alpha}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- (i) Sia $\alpha = 1$. Studiare continuità, derivabilità e differenziabilità di $f(x, y)$ nel punto $(0, 0)$.
 (ii) Sia $\alpha \neq 1$. Studiare continuità, derivabilità e differenziabilità di $f(x, y)$ nel punto $(0, 0)$.

4) – (8 punti). Data la funzione

$$f(x, y) = 2x^2 - xy + y^2,$$

determinarne massimi e minimi assoluti sul triangolo chiuso T di vertici $(0, 0)$, $(1, 0)$ e $(0, 1)$.