

xx gennaio 2017

1) – (Vero/Falso $4 \times 2 = 8$ punti). Si consideri la forma differenziale su $\mathbb{R}^2$

$$\omega(x, y) = [e^{y^2} - 2xy \cos(x^2 y)] dx + [2xye^{y^2} - x^2 \cos(x^2 y)] dy.$$

Dire se sono vere o false le seguenti affermazioni:

A) La forma ω è chiusa

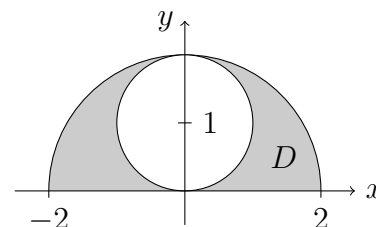
B) La forma ω è esatta

C) Una primitiva di ω è la funzione $f(x, y) = xe^{y^2} - \sin(x^2 y)$

D) Data la curva $\gamma(t) = (t, t)$ con $t \in [0, 1]$, si ha $\int_{\gamma} \omega = e - \sin(1)$

V	F
V	F
V	F
V	F

2) – (Vero/Falso $4 \times 2 = 8$ punti). Sia D il dominio compreso fra il semicerchio di centro $(0, 0)$ e raggio 2 contenuto in $\{y \geq 0\}$, e il cerchio di centro $(0, 1)$ e raggio 1, e sia $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$. Dire se sono vere o false le seguenti affermazioni (suggerimento: per il calcolo usare le coordinate polari):



A) Il dominio D è in forma normale rispetto a x

B) La funzione f è misurabile

C) L'integrale di f su D è definito

D) L'integrale di f su D è uguale a $2\pi - 4$

V	F
V	F
V	F
V	F

3) – (8 punti). Si consideri la forma differenziale

$$\omega(x, y) = \left(\frac{1}{x} + ye^{xy} \right) dx + \left(-\frac{1}{y} + xe^{xy} \right) dy$$

definita sull'aperto $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, y > 0\}$. Dire se la forma è chiusa, se è esatta su Ω , e in caso affermativo calcolarne una primitiva.

4) – (8 punti). Calcolare l'integrale

$$\iint_T \frac{1}{x + y + 3} dx dy$$

sul triangolo T di vertici $(0, 0)$, $(1, 1)$ e $(1, 2)$.

