

16 novembre 2017

1) – (Vero/Falso $4 \times 2 = 8$ punti). Data la funzione

$$f(x, y) = \tan(x)e^{xy} + x^7 - 3xy^6,$$

si consideri l'equazione $f(x, y) = 0$. Dire se sono vere o false le seguenti affermazioni:

- | | | |
|--|----------------------------|----------------------------|
| A) Il Teorema del Dini si può applicare in un intorno del punto $(0, 0)$ | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| B) Il Teorema del Dini si può applicare in un intorno del punto $(0, 1)$ | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| C) L'equazione $f(x, y) = 0$ definisce un'unica funzione $y = \phi(x)$ in un intorno di $(\frac{\pi}{4}, 0)$
e si ha $\phi'(\frac{\pi}{4}) = 0$ | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| D) L'equazione $f(x, y) = 0$ definisce un'unica funzione $x = \phi(y)$ in un intorno di $(0, -1)$
e si ha $\phi'(-1) = 0$ | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |

2) – (Vero/Falso $4 \times 2 = 8$ punti). Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x, y) = 3x^2y - 3xy^2 + 27x.$$

Dire se sono vere o false le seguenti affermazioni:

- | | | |
|---|----------------------------|----------------------------|
| A) La funzione f ha un solo punto stazionario | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| B) La funzione f ha due punti stazionari | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| C) f ha un minimo in $(0, 0)$ | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| D) f ha un massimo in $(0, 3)$ | <input type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |

3) – (9 punti). Si consideri la funzione ($\alpha > 0$)

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\log(\alpha + x^2y^2)}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- (i) Studiare continuità, derivabilità e differenziabilità di f nei punti $(x, y) \neq (0, 0)$.
(ii) Sia $\alpha \neq 1$ ($\alpha > 0$). Studiare continuità, derivabilità e differenziabilità di $f(x, y)$ nel punto $(0, 0)$.
(iii) Sia $\alpha = 1$. Studiare continuità, derivabilità e differenziabilità di $f(x, y)$ nel punto $(0, 0)$.

4) – (8 punti). Data la funzione

$$f(x, y) = 2x - y,$$

determinarne massimi e minimi assoluti sull'insieme $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0\}$.