

## Esercizi di Matematica – LIMITI

LIMITI (PER  $x \rightarrow \pm\infty$ ).

*Esercizio 1.* Per ognuno dei seguenti limiti:

- (i) dire se ha senso calcolarli sia per  $x \rightarrow +\infty$  sia per  $x \rightarrow -\infty$ ;
- (ii) dire se danno luogo a una forma indeterminata;
- (iii) calcolare il risultato.

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x-x^3}$	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} x^3 - 3x + 1$	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2+2x-1}{x^3-x-1}$	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2-x^2}{x^3-3}$
$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sqrt{x^3-1}$	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sqrt{x} - \sqrt{x^3}$	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-\arctan x}{x^2}$	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\arctan x}{x}$
$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2^{x-3}}{2^{-x}}$	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} x^3 - 2^x$	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} x2^{-x}$	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (x+2)2^x$
$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2^x}{x-2}$	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^3}{2^x}$	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{e^x+x^2}{x}$	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} 2^x \log x $
$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} x^2 - \log x$	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} x \log x $	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\log x }{\sqrt{x}}$	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x \log x}{2^{-x}}$
$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{1}{x}\right)^{\arctan x}$	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{1}{2x}\right)^x$	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{-\log x}$	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{1}{x^2-2}\right)^{\frac{1}{x}+1}$
$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{1}{x^2-2}\right)^x$	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{1}{x^2-2}\right)^{\log_{\frac{1}{2}}(x)}$	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(2 + \frac{1}{x}\right)^{\log x}$	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(2 + \frac{1}{x}\right)^{(x^3-x)}$
$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} x^{(2+\frac{1}{x})}$	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{(x^3-x)}$	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{1}{2} + x\right)^{\log x }$	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left \frac{1}{2} + x\right ^{(x^3-x)}$
$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(2 + \frac{1}{x}\right)^{\log x}$	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(2 + \frac{1}{x}\right)^{(x^3-x)}$	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{1}{x} + x\right)^{(x^3)}$	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty}  x ^{(2^x)}$

*Suggerimento:* nel caso di forme indeterminate, utilizzare i criteri di confronto tra infiniti/infinitesimi.

*Esercizio 2.* Per ognuno dei seguenti limiti:

- (i) dire se ha senso calcolarli sia per  $x \rightarrow +\infty$  sia per  $x \rightarrow -\infty$ ;
- (ii) dire se danno luogo a una forma indeterminata;
- (iii) calcolare il risultato.

$\lim_{n \rightarrow \pm\infty} \frac{n^2+100n}{3n^2+2}$	$\lim_{n \rightarrow \pm\infty} \frac{(\frac{1}{n}+1)(\frac{1}{n}+2)}{(\frac{2}{n}-1)(\frac{2}{n}-2)}$	$\lim_{n \rightarrow \pm\infty} \frac{e^n+n^2}{n^9}$	$\lim_{n \rightarrow \pm\infty} \frac{n^2}{n-\log n}$
$\lim_{n \rightarrow \pm\infty} n \tan(n)$	$\lim_{n \rightarrow \pm\infty} \frac{n+\sin n}{n^2}$	$\lim_{n \rightarrow \pm\infty} \frac{2^{-2n}}{5-\frac{1}{n}}$	$\lim_{n \rightarrow \pm\infty} \sqrt{10n^2-3n+1}$
$\lim_{n \rightarrow \pm\infty} n^{\frac{\pi}{n}}$	$\lim_{n \rightarrow \pm\infty} \frac{\sqrt{n^2+n+1}}{n}$	$\lim_{n \rightarrow \pm\infty} n^{\frac{1}{3}} - \sqrt{n}$	$\lim_{n \rightarrow \pm\infty} \sqrt{9n^2-1} - 3n$
$\lim_{n \rightarrow \pm\infty} n \cos n$	$\lim_{n \rightarrow \pm\infty} \frac{\cos n}{n}$	$\lim_{n \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{n}}$	$\lim_{n \rightarrow \pm\infty} \frac{3-2n^3}{\sqrt{n^2-1}+\sqrt{3n^2+2}}$

*Suggerimento:* nel caso di forme indeterminate, raccogliere/dividere per l'infinito più grande, razionalizzare, o usare la formula  $x^y = 10^{y \log x}$ .

*Nota:*  $\log$  indica il logaritmo in una base  $> 1$ .

## SOLUZIONI

Le soluzioni sono date nello stesso ordine, a coppie:  $\lim_{x \rightarrow +\infty}$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty}$ .  
 Quando uno dei due limiti non ha senso, viene dato solo quello che è lecito calcolare.  
 Quando un limite non esiste, riportiamo il simbolo  $\cancel{\exists}$ .

### *Esercizio 1.*

$0, 0$	$+\infty, -\infty$	$0, 0$	$0, 0$
$+\infty$	$-\infty$	$0, 0$	$0, 0$
$+\infty, 0$	$-\infty, -\infty$	$0, -\infty$	$+\infty, 0$
$+\infty, 0$	$0, -\infty$	$+\infty, -\infty$	$+\infty, 0$
$+\infty$	$+\infty, -\infty$	$0$	$+\infty$
$0$	$0$	$-\infty$	$0, 0$
$0, +\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty, 0$
$+\infty$	$0, +\infty$	$+\infty$	$0, +\infty$
$0$	$+\infty, 0$	$+\infty$	$+\infty, 1$

### *Esercizio 2.*

$\frac{1}{3}, \frac{1}{3}$	$1, 1$	$+\infty, 0$	$+\infty$
$\cancel{\exists}, \cancel{\exists}$	$0, 0$	$0, +\infty$	$+\infty, +\infty$
$1$	$1, -1$	$-\infty$	$0, +\infty$
$\cancel{\exists}, \cancel{\exists}$	$0, 0$	$0$	$-\infty, +\infty$