

Geometria - Ingegneria Aerospaziale

Prof. A. De Sole

Prova scritta del 16-2-2021

Nome e Cognome: _____

Numero di Matricola: _____

Esercizio	Punti totali	Punteggio
1	5	
2	5	
3	5	
4	5	
5	5	
6	5	
Totale	30	

Esercizio 1. Sia $U \subset \mathbb{R}^4$ il sottospazio generato dai vettori

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ e } \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix},$$

e sia $V \subset \mathbb{R}^4$ is sottospazio delle soluzioni del sistema

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_2 + 4x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 11x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$

Calcolare le dimensioni di U , V , $U + V$ e $U \cap V$.

Soluzione:

Risposta:

$$\dim(U) = \boxed{} \quad \dim(V) = \boxed{} \quad \dim(U+V) = \boxed{} \quad \dim(U \cap V) = \boxed{}$$

Esercizio 3. Dire se esiste (fornendo un esempio) o non esiste (fornendo una dimostrazione) un'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$ tale che $\dim N(f) = \dim \text{Im}(f)$.

Soluzione:

Risposta:

Esiste f ? **Vera** / **Falsa**. Dim./Esempio (in breve):

Esercizio 4. Stabilire per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la seguente matrice è invertibile:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 - k \\ 3 & k & 2 \end{pmatrix}$$

Soluzione:

Risposta:

A è invertibile per k :

Esercizio 5. Sia V uno spazio vettoriale di dimensione 4, sia $f : V \rightarrow V$ un endomorfismo di V , e sia I_V l'applicazione identità su V . Per la seguente affermazione, dire se è vera, fornendo una dimostrazione, o falsa, fornendo un controesempio:

Affermazione: 2 è un autovalore con molteplicità geometrica 4 se e solo se $f = 2I_V$.

Soluzione:

Risposta:

L'*Affermazione* è: **Vera** / **Falsa**. Dim./Esempio (in breve):

Esercizio 6. Si consideri l'applicazione lineare $L_A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, dove A è la seguente matrice

$$A = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 2 \\ 2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

- (a) Verificare che L_A è un'isometria dello spazio Euclideo \mathbb{R}^3 .
- (b) Verificare che la matrice A ha un unico autovalore reale, da determinare, e che l'autospazio corrispondente è una retta ℓ , da determinare.
- (c) Verificare che L_A descrive una rotazione rispetto alla retta ℓ e determinare la tangente $\tan(\theta)$ dell'angolo di rotazione.

Soluzione:

Risposta:

(b) Autovalore reale di A : ; retta ℓ : . (c) $\tan(\theta) =$.

Foglio per la brutta copia

Foglio per la brutta copia

Foglio per la brutta copia

Foglio per la brutta copia