Geometria - Ingegneria Aerospaziale
Proff. A. De Sole e G. Mondello
Prova scritta del 14-2-2022

Esercizio 1. Stabilire per quali valori di $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ la seguente matrice è invertibile:

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & b & 0 \\ 0 & c & 0 & d \\ -a & 0 & b & 0 \\ 0 & -c & 0 & d \end{pmatrix}$$

Calcolare il determinante di A .

Esercizio 2. Sia B la matrice $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, sia $V = \text{Mat}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ lo spazio delle matrici 2×2 , e sia $F : V \rightarrow V$ l'applicazione lineare definita da $F(X) = B \cdot X$. Calcolare il determinante di F .

Esercizio 3. Si consideri la seguente matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 5 & 2 & -1 \\ 0 & -4 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

(a) Determinare la forma di Jordan di A .

(b) Determinare la forma di Jordan di A^3 .

Esercizio 4. Sia b il prodotto scalare di $\mathbb{R}^4$ che ha la seguente matrice rispetto alla base standard:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Sia $W \subset \mathbb{R}^4$ il sottospazio definito dall'equazione

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0$$

Determinare la segnatura della restrizione di b a W .

Esercizio 5. Si consideri la conica C_t , dipendente dal parametro reale t , definita dall'equazione

$$x^2 + (1-t)y^2 + 2tx - 2(1-t)y + 2 - t = 0$$

(a) Dire per quali valori di t la conica C_t è una circonferenza, una ellisse, un'iperbole, una parabola, una retta, un punto, o l'insieme vuoto.

(b) Per i valori di t per cui C_t è una ellisse o un'iperbole, determinare le coordinate del centro della conica C_t .

(c) Per i valori di t per cui C_t è un'iperbole, determinare le equazioni dei due asintoti.