

Algebra 1

Proff. A. D'Andrea, A. De Sole

Primo esonero del 21 febbraio 2022

Nome: _____

Cognome: _____

Numero di matricola: _____

Docente: **D'Andrea** \ **De Sole** (cerchiare il/i docente/i).

Esercizio	Punti totali	Punteggio
1	6	
2	6	
3	6	
4	6	
5	6	
Totale	30	

Esercizio 1. Sia $S \subset \mathcal{P}(\mathbb{R}^2)$ l'insieme infinito di tutti i rettangoli contenuti in \mathbb{R}^2 i cui lati abbiano tutti lunghezza razionale. Dire, motivando la risposta, se S è un insieme numerabile oppure no.

Soluzione:

Risposta: $|S| = |\mathbb{N}|?$ **SI** \ **NO** (cerchiare la risposta corretta)

Esercizio 2. Dire se $[123]$ sia moltiplicativamente invertibile in $\mathbb{Z}/542$ e calcolarne, eventualmente, l'inverso.

Soluzione:

Risposta: (a) $\exists [123]^{-1}$? **SI** / **NO**. (b) $[123]^{-1} =$

Esercizio 3. Determinare l'ordine del gruppo moltiplicativo $(\mathbb{Z}/27)^\times$, dire (motivando la risposta) se si tratta di un gruppo ciclico e, in tal caso, determinare quanti elementi lo generano ciclicamente.

Soluzione:

Risposta: (a) $|(\mathbb{Z}/27)^\times| = \boxed{}$ (b) $(\mathbb{Z}/27)^\times$ è ciclico? **SI** / **NO**. (c) # generatori: $\boxed{}$

Esercizio 4. Sia X l'insieme degli elementi σ del gruppo S_4 tali che $\sigma^4 = 1$, e sia $X_0 = X \cap A_4$.

- (a) Determinare le cardinalità di X e di X_0 .
- (b) Dire (motivando la risposta) se X è un sottogruppo di S_4 .
- (c) Dire (motivando la risposta) se X_0 è un sottogruppo di A_4 .

Soluzione:

Risposta: (a) $|X| = \square$, $|X_0| = \square$ (b) X sottogp? **SI** / **NO**. (c) X_0 sottogp? **SI** / **NO**.

Esercizio 5. Classificare, a meno di isomorfismi, i gruppi di ordine 45.

Soluzione:

Risposta: Classificazione: $G \simeq$

Foglio per la brutta copia

Foglio per la brutta copia

Foglio per la brutta copia