Algebra 1

Proff. A. De Sole, D. Valeri

Secondo esonero dell'11 giugno 2024

Nome: ______________________________

Cognome: ______________________________

Numero di matricola: ______________________________

Docente: **De Sole** \ **Valeri** (cerchiare il/i docente/i).

Esercizio	Punti totali	Punteggio
1	6	
2	6	
3	6	
4	6	
5	6	
Totale	30	

Esercizio 1. Sia $I = \{p \in \mathbb{Q}[x] \mid p(2) = p(1/2) = p(\sqrt{2}) = 0\}$.

(a) Si provi che I è un ideale di $\mathbb{Q}[x]$.

(b) Si determinino tutti gli ideali massimali di $\mathbb{Q}[x]$ contenenti I.

Soluzione:

Risposta:

Ideali massimali:	

Esercizio 2. Si consideri l'anello quoziente $A = \mathbb{Z}[i]/(13)$.

(a) Determinare tutti gli ideali di A.

(b) Determinare la cardinalità di A.

Soluzione:

Risposta:

(a) Ideali di A: $\boxed{}$, (b) $|A| = \boxed{}$

Esercizio 3. Sia G un gruppo abeliano con tre generatori x, y, z, soggetti alle relazioni

$$x - 3z = 0\,, \qquad x + 2y + 5z = 0\,.$$

Descrivere G come prodotto di gruppi ciclici.

Soluzione:

Risposta: $G \simeq$ $\boxed{}$

Esercizio 4. Determinare il polinomio minimo $f(x)$ di $\sqrt{2} + \sqrt[3]{5}$ sul campo $\mathbb{Q}$.

Soluzione:

Risposta: $f(x) = \boxed{}$

Esercizio 5. Determinare la classe di isomorfismo del gruppo di Galois $G = Gal(\mathbb{K}/\mathbb{F})$ per le seguenti estensioni di campi:

(a) $\mathbb{F} = \mathbb{Q}$, $\mathbb{K} = \mathbb{Q}[\sqrt{2}, \sqrt{3}]$;

(b) $\mathbb{F} = \mathbb{Q}$, $\mathbb{K} = \mathbb{Q}[\sqrt[4]{2}]$;

(c) $\mathbb{F} = \mathbb{F}_5(x^4)$, $\mathbb{K} = \mathbb{F}_5(x)$.

Soluzione:

Risposta: (a) $G = \boxed{}$; (b) $G = \boxed{}$; (c) $G = \boxed{}$.

Foglio per la brutta copia

Foglio per la brutta copia

Foglio per la brutta copia