

## Diario delle lezioni

**Settimana 1.** (*Lettura: Manetti Sez. 4.1, 4.2, 4.3, 4.4*)

(23/9) Presentazione del corso. Vettori geometrici e vettori numerici. Definizione di spazio vettoriale. Esempio di spazi vettoriali.

(24/9)[S.M.] Esercizi.

(25/9) Sottospazi vettoriali. Esempi.

(26/9) Sottospazio vettoriali dello spazio dei vettori geometrici. Combinazioni lineari e span lineare.

**Settimana 2.** (*Lettura: Manetti Sez. 4.3, 4.4, 4.5, 4.6*)

(30/9) Intersezione e somma di sottospazi. Somma diretta di sottospazi.

(1/10) Sistemi di generatori, indipendenza lineare, basi: definizione ed esempi.

(2/10)[S.M.] Esercitazione.

(3/10) Lemma di scambio. Teorema della dimensione.

**Settimana 3.** (*Lettura: Manetti Sez. 4.6, 4.7, 5.1*)

(7/10) Spazio delle soluzioni di un sistema di equazioni lineari omogenee e spazio affine di un sistema non omogeneo. Relazione con le nozioni di sistemi di generatori e sistemi linearmente indipendenti.

(8/10) Formula di Grassman.

(9/10)[S.M.] Esercitazione.

(10/10) Applicazioni lineari: definizione ed esempi.

**Settimana 4.** (*Lettura: Manetti Sez. 5.1, 5.2, 5.3, 5.4*)

(14/10) Applicazioni lineari  $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  e matrici  $m \times n$  Nucleo e immagine di un'applicazione lineare.

(15/10) Matrici, sistemi di equazioni e applicazioni lineari.

(16/10)[S.M.] Esercitazione.

(17/10) Sistema di coordinate associato ad una base. Matrice di un'applicazione lineare associato alle basi degli spazi di partenza e arrivo.

**Settimana 5.** (*Lettura: Manetti Sez. 5.3, 5.4, 5.5, 6.2, 6.3, 6.4, 7.2, 7.3*)

(21/10) Teorema del Rango:  $\dim(\ker f) + \dim(\text{Im } f) = \dim V$ . Composizione di applicazioni lineari e prodotto righe per colonne di matrici. Inversa di un'applicazione lineare e matrice inversa (di una matrice quadrata).

(22/10)[S.M.] Esercitazione.

(23/10) Formule del cambiamento di base. Riepilogo: matrici / sistemi di equazioni / applicazioni lineari.

(24/10) Eliminazione di Gauss. Calcolo del rango di una matrice. Risoluzione di un sistema di equazioni lineari.

**Settimana 6.** (*Lettura: Manetti Sez. 7.2, 7.3, 7.4, 7.5*)

(28/10) Soluzione di sistemi di equazioni e Teorema di Rouchet Capelli. Calcolo della matrice inversa tramite eliminazione di Gauss.

(29/10) Forma cartesiana e forma parametrica di un sottospazio di  $\mathbb{R}^n$ .

(30/10)[S.M.] Esercitazione.

(31/10) Determinante di una matrice: motivazione ed esempi.

**Settimana 7.** (*Lettura: Manetti Sez. 8.1, 8.2, 8.3, 8.4, 8.5*)

(4/11) Varie definizioni di determinante: (1) unica funzione multilineare alterna sulle colonne (o sulle righe); (2) formula chiusa come somma sulle permutazioni; (3) determinante come volume del parallelepipedo definito dalle colonne della matrice; (4) sviluppo di Laplace per il determinante; (5) eliminazione di Gauss per il calcolo del determinante.

(5/11) Teorema di Binet. Formula di Cramer per la matrice inversa.

(6/11)[S.M.] Esercitazione.

(7/11) Teorema di Cramer per la soluzione di un sistema di  $n$  equazioni in  $n$  incognite. Determinante come invariante di un endomorfismo per cambio di base. Polinomio caratteristico di una matrice e di un endomorfismo.

**Settimana 8.** (*Lettura: Manetti Sez. 9.1, 9.2, 9.4, 9.5*)

(11/11) Problema di diagonalizzazione di un endomorfismo. Esempio: successione di Fibonacci. Autovettori e autovalori.

(12/11) Esempi di endomorfismi diagonalizzabili e non diagonalizzabili.

(13/11)[S.M.] Esercitazione.

(14/11) Condizione sufficiente per la diagonalizzabilità: se  $f$  ha  $n$  autovalori distinti, allora è diagonalizzabile. Teorema: gli autospazi sono in somma diretta. Molteplicità algebrica e geometrica degli autovalori.

**Settimana 9.** (*Lettura: Manetti Sez. 9.5, 9.8; cap. 10 e cap.11*)

(18/11) Teorema: la molteplicità geometrica è minore o uguale a quella algebrica. Teorema: Criterio di diagonalizzabilità di un endomorfismo.

(19/11) Matrici non diagonalizzabili: esempio di matrice in forma di Jordan ed applicazione alla soluzione di sistemi di equazioni differenziali lineari del primo ordine.

(20/11)[S.M.] Esercitazione.

(21/11) Cenni: polinomio minimo e Teorema di Cayley Hamilton; autospazi generalizzati e decomposizione di  $V$  come loro somma diretta; forma di Jordan e Teorema di Jordan.

**Settimana 10.** (*Lettura: Manetti Sez. 13.1, 13.2, 13.3, 13.4, 13.5, 13.6, 13.7, 13.8*)

(25/11) Spazi Euclidei. Proiezioni e riflessioni ortogonali.

(26/11) Il Teorema Spettrale reale.

(27/11)[S.M.] Esercitazione.

(28/11) Forme Hermitiane. Il Teorema Spettrale complesso.