

Corso di Laurea in Informatica a.a.2016-17
Esercizi di Probabilità, parte quarta
Marco Isopi

Esercizio 1. L'urna A contiene 6 palline gialle e 4 palline rosse, mentre le urne B e C ne contengono 3 gialle e 7 rosse ciascuna. Viene scelta un'urna a caso fra A, B, C e da questa ne vengono estratte casualmente ed in blocco tre palline.

Si ponga $E = \{\text{le tre palline estratte sono tutte rosse}\}$

- a) Calcolare la probabilità di E sotto l'ipotesi che l'estrazione sia stata eseguita dall'urna A .
- b) Calcolare $P(E)$
- c) Condizionatamente all'osservazione dell'evento E , calcolare la probabilità che l'estrazione sia stata eseguita dall'urna A .

Esercizio 2. In un seggio elettorale ci sono tre diverse sezioni, diciamo 1, 2 e 3; ognuna prevede 30 elettori. Supponiamo di sapere che:

- nella sezione 1, 20 elettori votano per lo schieramento A e 10 per lo schieramento B
 - nella sezione 2, 15 elettori votano per lo schieramento A e 15 per lo schieramento B
 - nella sezione 3, 10 elettori votano per lo schieramento A e 20 per lo schieramento B
- a) Qual è la probabilità che, su tre elettori scelti a caso (senza reinserimento) da quelli iscritti alla sezione 1, due votino per A ed uno per B?

Supponiamo ora di sapere che i tre elettori sono stati scelti a caso (senza reinserimento) da quelli iscritti ad una delle tre sezioni, ma non sappiamo da quale e attribuiamo probabilità $1/3, 1/3, 1/3$ alle tre possibilità

- b) in tal caso quanto vale la probabilità che, sui tre elettori scelti, due votino per A ed uno per B?
- c) Qual è la probabilità condizionata che i tre elettori provengano dalla sezione 2, sapendo che due di loro votano per A ed uno per B?

Esercizio 3. Se il 5% degli automobilisti non si ferma col rosso, trovare la probabilità che almeno 2 dei prossimi 100 automobilisti non si fermerà col rosso.

Esercizio 4. Vengono lanciate n monete bilanciate. Sia A_n l'evento che tutte le monete diano lo stesso risultato e B_n l'evento che al più una delle monete dia testa. Determinare se A_n è positivamente correlato, negativamente correlato o indipendente da B_n

a) per $n = 2$;

b) per $n = 3$;

c) per $n \geq 4$.

Esercizio 5. Si considerino due lanci indipendenti di una moneta, che ha una probabilità p (non necessariamente uguale a $\frac{1}{2}$) che esca testa in un singolo lancio. Sia A l'evento che si realizza quando al primo lancio esce testa, e B l'evento che nei due lanci esca la stessa faccia. Discutere se A è positivamente correlato, negativamente correlato o indipendente da B a seconda del valore di $p \in (0, 1)$.

Esercizio 6. Abbiamo a disposizione due urne che contengono palline bianche e nere, che chiamiamo urna 0 e urna 1. Nell'urna 0 la probabilità di avere una pallina bianca è $\frac{k}{n}$, mentre nell'urna 1 è $\frac{n-k}{n}$. Si sceglie a caso una delle due urne e si comincia ad estrarre una pallina. Se la pallina è bianca, si estrae dall'altra urna una seconda pallina; se è nera, si rimette nell'urna e si continua ad estrarre la seconda pallina dalla stessa urna.

a) Determinare la probabilità dell'evento A che le estrazioni diano palline di colore diverso, in un ordine qualsiasi.

b) Sapendo che A si è verificato, con che probabilità si è verificato l'evento B che la prima pallina estratta sia bianca?

c) Determinare, in funzione di $p \in (0, 1)$, se i due eventi A e B sono correlati (positivamente o negativamente) oppure indipendenti.