

Corso di Laurea in Informatica a.a.2016-17
Esercizi di Probabilità, parte ottava
Marco Isopi

Esercizio 1. Marco gioca al seguente gioco del lotto semplificato: da un'urna che contiene 10 palline numerate da 1 a 10, si estraggono senza reinserimento 4 palline. Marco punta sulla coppia di numeri $\{5, 10\}$. Sia X la variabile aleatoria che conta quanti numeri indovina Marco, ossia quanti fra i numeri $\{5, 10\}$ vengono estratti.

- a) Individuare il tipo di distribuzione di X , e calcolarne il valore atteso e la varianza.

Anche Luca e Andrea giocano insieme a Marco. Luca punta sulla terna di numeri $\{1, 5, 10\}$, e sia Y la variabile aleatoria che conta i numeri indovinati da Luca. Invece Andrea lancia una moneta ben equilibrata: se esce testa punta sulla coppia $\{5, 10\}$, mentre se esce croce punta sulla terna di numeri $\{1, 5, 10\}$. Sia Z la variabile aleatoria che conta quanti sono i numeri individuati da Andrea.

- b) Scrivere in termini degli eventi $T = \{\text{esce testa}\}$ e $C = \{\text{esce croce}\}$ e delle variabili aleatorie, i seguenti eventi E, F, G , ed A , e calcolarne le probabilità:

$$\begin{aligned}E &= \{\text{Marco non indovina neanche un numero}\} \\F &= \{\text{Luca non indovina neanche un numero}\} \\G &= \{\text{Andrea non indovina neanche un numero}\} \\A &= \{\text{Sia Marco che Andrea non indovinano neanche un numero}\}.\end{aligned}$$

- c) Sapendo che Andrea non ha indovinato neanche un numero, calcolare la probabilità che sia uscita testa e che sia uscita croce.

Esercizio 2. Due dadi equilibrati vengono lanciati separatamente più volte. Indichiamo con X il numero di lanci necessario a ottenere 1 con il primo dado e con Y il numero di lanci necessario a ottenere 5 o 6 con il secondo.

- a) Qual è la distribuzione di X ?
- b) Qual è la distribuzione di Y ?
- c) Quanto valgono $E(X)$ e $E(Y)$?
- d) Calcolare la densità di $Z = \max(X, Y)$.
- e) Quanto vale $E(Z)$?
- f) Calcolare $P(X \geq Y)$.

Esercizio 3. Calcolare valore atteso e varianza

- a) di una variabile di Poisson
- b) di una variabile geometrica
- c) di una variabile binomiale negativa

Esercizio 4. Siano X e Y variabili aleatorie di Poisson di parametro λ e μ rispettivamente. Calcolare

$$\mathbf{P}(X = k \mid X + Y = n)$$

Di quale distribuzione si tratta?

Esercizio 5. Sia X una variabile aleatoria con funzione di densità data da

$$p_X(n) = c * \frac{1}{n!} \quad n = 0, 1, 2, \dots$$
$$p_X(n) = 0 \text{ altrimenti}$$

.

1. Calcolare c (Suggerimento: utilizzare il fatto che $e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$);
2. Calcolare la probabilità che X sia pari;
3. Calcolare il valore atteso di X .