

Calcolo delle Probabilità a.a. 2016-2017
prova di esonero del 21-12-2016

M. Isopi

Esercizio 1.

- a** $\mathbf{E}(X) = \mathbf{E}(Y) + \mathbf{E}(Z) = 4 + 1 = 5$ $\mathbf{E}(Y) = \frac{20}{5} = 4$
- b** $\mathbf{Cov}(X, Y) = \mathbf{Cov}(Y + Z, Y) = \mathbf{Var}(Y) = \frac{16}{5}$
- c** $\mathbf{E}(X|Y) = \mathbf{E}(Y + Z|Y) = \mathbf{E}(Y|Y) + \mathbf{E}(Z|Y) = Y + \mathbf{E}(Z) = Y + 1$

Esercizio 2.

$Z = X + Y$ è di Poisson di parametro 70.

Il numero di uomini U che superano l'esame è Poisson di parametro $\frac{1}{2} \cdot 40 = 20$. Il numero di donne D che superano l'esame è Poisson di parametro $\frac{2}{3} \cdot 30 = 20$

- a)** $\mathbf{P}(\text{almeno 5 studenti sostengono l'esame}) = \mathbf{P}(Z \geq 5) = e^{-70} \sum_{k=5}^{\infty} \frac{(70)^k}{k!} = 1 - e^{-70} \sum_{k=0}^4 \frac{(70)^k}{k!}$
- b)** $\mathbf{P}(\text{superano l'esame esattamente 15 donne}) = \mathbf{P}(D = 15) = e^{-20} \frac{(20)^{15}}{15!}$
- c)** $\mathbf{E}(\text{studenti che superano l'esame}) = \mathbf{E}(U + D) = 40$
- d)**

$$\mathbf{E}(\text{studenti che superano l'esame} \mid X = 20) =$$
$$\mathbf{E}(U + D \mid X = 20) = \mathbf{E}(U \mid X = 20) + \mathbf{E}(D) = 20 \cdot \frac{1}{2} + 20 = 30$$