Calcolo delle probabilità

M. Isopi A.A. 2016/2017

Esonero del 21/12/2016

Nome: Matricola:

Parte A: Cerchiare la risposta che si ritiene corretta. Punti 4 per ogni risposta esatta, punti 0 per domanda lasciata in bianco, punti -1 per una risposta errata.

---

1. X e Y sono due variabili aleatorie indipendenti con: $\mathbf{E}(X) = -1$, $\mathbf{V}ar(X) = 2$, $\mathbf{E}(Y) = 3$ e $\mathbf{V}ar(Y) = 1$. Quanto vale $\mathbf{E}[(3X - 2Y)^2]$?

   A 76 B 103 C 29 D -27 E 81

---

2. Il numero di sinistri rimborsati da un'assicurazione obbedisce a una distribuzione di Poisson. Il valore atteso del numero di sinistri in 100 giorni di funzionamento è 4. Con quale probabilità non si verificheranno sinistri nei prossimi 5 giorni?

   A $1 - e^{-0.02}$ B $\frac{1}{5}$ C $e^{-0.2}$ D 4^{-5} E non calcolabile con i dati forniti

---

3. Sia X una variabile aleatoria a valori nell'insieme $\{0, 1, 2\}$ con distribuzione di probabilità data dalle seguenti condizioni:

   $\mathbf{P}(X = 0) = \dfrac{1}{2}, \qquad \mathbf{P}(X = 1) = \mathbf{P}(X = 2) = \dfrac{1}{4}.$

   Quanto vale $\mathbf{V}ar(X)$?

   A $\frac{11}{16}$ B $\frac{5}{4}$ C $\frac{25}{16}$ D $\frac{11}{12}$ E $\frac{9}{8}$

4. Sia X una variabile aleatoria con distribuzione geometrica di parametro p. Condizionatamente a $\{X = k\}$, la variabile aleatoria Y ha distribuzione uniforme su $[0, \ldots, k]$. Quanto vale $\mathbf{E}(Y)$?

A $\frac{k}{2}$ B $(k+2)p(1-p)^{k-1}$ C $\frac{1}{2p}$ D $\frac{k+1}{p}$ E $\frac{1+p}{p}$

Parte B: Svolgere il seguente esercizio sul foglio protocollo che avete ricevuto.

5. (16 punti). Ad un esame partecipano X studenti uomini e Y studenti donne. Si può assumere che X e Y siano variabili aleatorie di Poisson indipendenti, rispettivamente di parametri 40 e 30. Le donne sono più brave e superano, indipendentemente l'una dall'altra, l'esame con probabilità $2/3$ mentre gli uomini, indipendentemente l'uno dall'altro, superano l'esame con probabilità $1/2$.

a) Calcolare la probabilità che almeno 5 studenti (uomini o donne) sostengano l'esame.

b) Calcolare la probabilità che superino l'esame esattamente 15 donne.

c) Calcolare quanti studenti (uomini e donne) - in media - superano l'esame.

d) Sapendo che all'esame hanno partecipato solo 20 uomini (ovvero che $X = 20$), calcolare quanti studenti (uomini e donne) - in media - superano l'esame.