

Calcolo delle Probabilità a.a. 2016-2017
prova scritta del 6-2-2017

M. Isopi

La risposta finale non deve contenere sommatorie, fattoriali, coefficienti binomiali.

Esercizio 1. Un'urna contiene una pallina rossa, una pallina blu e k palline bianche. Sia $k \geq 4$. Le palle vengono estratte sequenzialmente senza reinserimento, sino a vuotare l'urna.

- a) Calcolare la probabilità che la palla rossa venga estratta prima della palla blu. Giustificare la risposta in dettaglio.
- b) Calcolare la probabilità che le prime 5 palle estratte siano tutte bianche.
- c) calcolare la probabilità che fra le prime 5 palle estratte vi siano sia la rossa che la blu;
- d) calcolare la probabilità che fra le prime 5 palle estratte vi sia la rossa, ma non la blu.

Esercizio 2. Due utenti Internet richiedono (indipendentemente l'uno dall'altro e a intervalli regolari di tempo) accesso alla medesima pagina Web. Si è stimato in precedenza che la probabilità che l'accesso venga concesso è pari a $p = \frac{3}{4}$; inoltre l'accesso viene concesso indipendentemente dall'esito dei tentativi precedenti. Sia $X_i (i = 1, 2)$ la variabile aleatoria che conta il numero di tentativi necessari perchè l'utente numero i abbia accesso per la prima volta alla pagina Web.

- a) Determinare la probabilità $\mathbf{P}(X_i = k)$, $k = 1, 2, \dots$
- b) Calcolare la probabilità condizionata $\mathbf{P}(X_1 \leq X_2 | X_1 = k)$.
- c) Calcolare le probabilità $\mathbf{P}(X_1 \leq X_2)$ e $\mathbf{P}(X_2 \leq X_1)$.
- d) Dai risultati precedenti dedurre il valore di $\mathbf{P}(X_1 = X_2)$.

Esercizio 3. Un dado a sei facce e un dado a quattro facce vengono lanciati n volte ed indichiamo con S_n il numero dei lanci in cui il maggiore fra i due punteggi risulta maggiore o uguale a 4.

Calcolare il minimo valore di n per il quale, in base alla disuguaglianza di Chebishev, si possa scrivere

$$\mathbf{P} \left(\left| \frac{S_n}{n} - \frac{5}{8} \right| \geq \frac{\sqrt{5}}{32} \right) \leq \frac{3}{25}$$