Calcolo delle Probabilità a.a. 2016-2017
prova scritta del 30-1-2017

M. Isopi

Esercizio 1. (12 punti)

Siano A, B eventi tali che $\mathbf{P}(A \cup B) = \frac{4}{5}$ e $\mathbf{P}(A \cap B) = \frac{1}{3}$.

- a) Quanto vale $\mathbf{P}(A) + \mathbf{P}(B)$?
- b) Quali sono i valori massimo e minimo che può assumere $\mathbf{P}(A)$?
- c) Quali sono i valori massimo e minimo che può assumere $\mathbf{P}(A \cap B^C)$?

Imponiamo l'ulteriore condizione $\mathbf{P}(A) = 2\mathbf{P}(B)$

- d) Quanto vale $\mathbf{P}(A)$?
- e) Quanto vale $\mathbf{P}(A^C \cup B^C)$?
- f) Quanto vale $\mathbf{P}(A^C \cap B^C)$?

Esercizio 2. (21 punti)

Ci sono quattro urne, numerate da 1 a 4 che contengono sei palle ciascuna. L'urna k contiene k palle bianche e $6 - k$ palle nere. Dopo aver lanciato un dado a quattro facce, si effettua un'estrazione dall'urna indicata dal risultato del lancio.

- a) Calcolare la probabilità di estrarre una palla bianca.

Sia $B = \{\text{è stata estratta una palla bianca}\}$ e X il risultato del lancio.

- b) Calcolare $\mathbf{P}(X = j|B)$ e $\mathbf{E}(X|B)$

Dopo aver ripristinato le urne nella condizione iniziale, si effettua un secondo lancio e si estraggono senza reinserimento due palle dall'urna indicata dal lancio del dado. Sia Y il numero di palle bianche estratte.

- c) Calcolare $\mathbf{E}(Y|X)$ e $\mathbf{Cov}(X, Y)$