

Calcolo delle Probabilità a.a. 2016-2017
prova scritta del 28-9-2017

M. Isopi

Esercizio 1. In uno scaffale vengono disposti a caso cinque libri di illustrazione, tre romanzi e quattro saggi. Trovare la probabilità dei seguenti eventi:

- a) Il primo libro a sinistra è un saggio e il secondo un romanzo.
- b) I libri di ogni genere sono contigui.
- c) I libri di ogni genere sono in ordine alfabetico, ma non necessariamente contigui.
- d) I libri di ogni genere sono in ordine alfabetico e contigui.

Esercizio 2. La variabile aleatoria X può assumere i valori $-1, 0, 1$ ciascuno con probabilità $\frac{1}{3}$. Sia $Y = |X|$.

- a) Calcolare $\mathbf{P}(X = h|Y = k)$ per i valori rilevanti di h e k .
- b) Calcolare $\mathbf{E}(X|Y)$
- c) Calcolare $\mathbf{Cov}(X, Y)$.
- d) X e Y sono indipendenti? Giustificare la risposta.

Esercizio 3. Due utenti Internet richiedono (indipendentemente l'uno dall'altro e a intervalli regolari di tempo) accesso alla medesima pagina Web. Si è stimato in precedenza che la probabilità che l'accesso venga concesso è pari a $p = \frac{2}{3}$; inoltre l'accesso viene concesso indipendentemente dall'esito dei tentativi precedenti. Sia $X_i (i = 1, 2)$ la variabile aleatoria che conta il numero di tentativi necessari perchè l'utente numero i abbia accesso per la prima volta alla pagina Web.

- a) Determinare la probabilità $\mathbf{P}(X_i = k)$, $k = 1, 2, \dots$
- b) Calcolare la probabilità condizionata $\mathbf{P}(X_1 \leq X_2|X_1 = k)$.
- c) Calcolare le probabilità $\mathbf{P}(X_1 \leq X_2)$ e $\mathbf{P}(X_2 \leq X_1)$.
- d) Dai risultati precedenti dedurre il valore di $\mathbf{P}(X_1 = X_2)$.