

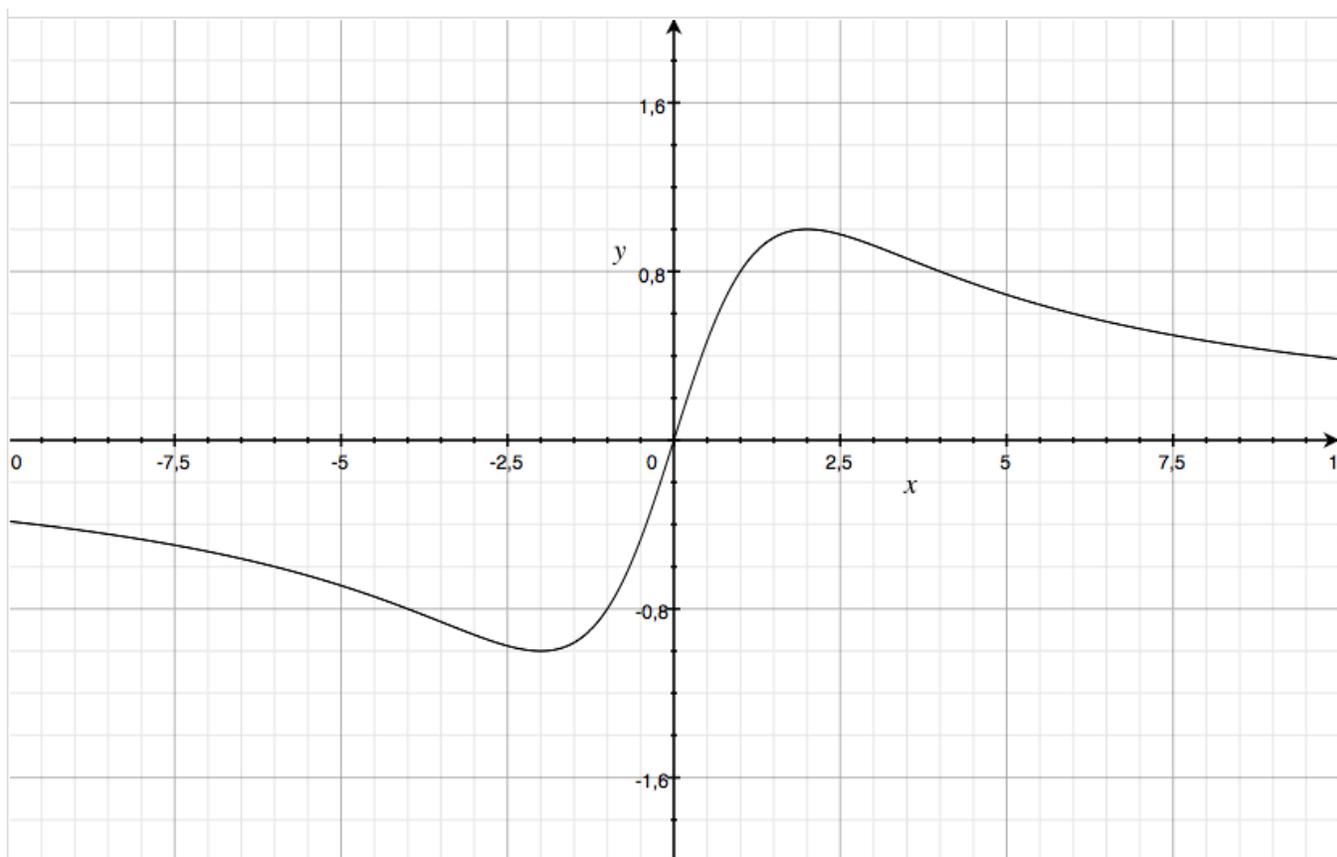
CORSO DI LAUREA IN DIRITTO E AMMINISTRAZIONE PUBBLICA  
Prova in itinere di Elementi di Matematica  
dicembre 2014 - Soluzioni

M. Isopi

La funzione  $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 4}$  è definita ovunque; inoltre  $f(x) \geq 0$  per  $x \geq 0$ .

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$$

Abbiamo poi  $f'(x) = \frac{4 - x^2}{(x^2 + 4)^2}$ , quindi  $f$  è crescente per  $-2 < x < 2$  e decrescente altrove, con un minimo in  $-2$  e un massimo in  $2$ .



**Esercizio 2.** Trovare i punti di stazionarietà della seguente funzione e classificarli se possibile.

$$f(x, y) = x^3 - y^3 + xy$$

**Soluzione.**

$$f_x = 3x^2 + y$$

$$f_y = -3y^2 + x$$

$$3x^2 + y = 0$$

$$-3y^2 + x = 0$$

$$x = 0, y = 0; \quad x = \frac{1}{3}, y = -\frac{1}{3}$$

$$f_{xx} = 6x$$

$$f_{yy} = -6y$$

$$f_{xy} = f_{yx} = 1$$

$$f_{xx}(0, 0) = 0;$$

$$f_{xx}\left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right) = 2; \quad (f_{xx}f_{yy} - f_{xy}^2)(-1, -1) = 3$$

$\left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right)$  è quindi un punto di minimo

**Esercizio 3.**

$$\int \sqrt[4]{x+3} \, dx = \frac{4}{5} \sqrt[4]{(x+3)^5}$$

**Esercizio 4.**

$$\int_1^{\log 3} e^{2x+1} \, dx = e \int_1^{\log 3} e^{2x} \, dx = e \left[ \frac{1}{2} e^{2x} \right]_1^{\log 3} = \frac{e}{2} (9 - e^2)$$