

Si prega di riconsegnare il testo d'esame insieme all'elaborato

Scritto di VARIABILE COMPLESSA - 17 giugno 2015

COGNOME NOME : _____

preferenza per l'esame orale: _____

Esercizio 1 Calcolare l'integrale

$$\int_{+\gamma} \frac{e^z}{(z-i)(z-3)^2} dz$$

nei seguenti casi

- a) $\gamma : |z| = 2;$
- b) $\gamma : |z - 2| = 2$
- c) $\gamma : |z - 1| = 1;$
- d) $\gamma : |z| = 4;$

Sulla curva γ l'orientamento positivo è quello antiorario.

Esercizio 2 Si consideri la serie di potenze

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \operatorname{tg} \left(\frac{1}{k} \right) z^{4k}$$

- a) Determinare il raggio di convergenza della serie e studiare il comportamento della serie nella chiusura del campo di convergenza.
- b) Detta $f(z)$ la somma della serie nel campo di convergenza, calcolare $f^{(10)}(0)$.

Esercizio 3 Calcolare il seguente integrale

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(1+x^2)^2(x^2-4x+5)} dx$$

Esercizio 4

- a) Determinare la trasformazione

$$f(z) = \frac{az+b}{cz+d}$$

tale che $f(0) = 0$, $f(2) = -2i$, $f(1+i) = -1-i$.

- b) Determinare l'immagine del semipiano $\operatorname{Im} z \geq 0$ tramite f ;
- c) Determinare l'immagine del semipiano $\operatorname{Re} z \geq 0$ tramite f .