

Esercizi del 10 novembre 2022

1) Scrivere la matrice A per cui l'applicazione lineare associata $L_A: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ è data da

$$L_A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x - y \\ 3x - 4z \\ x - y + w \\ 2w + 3y - x \end{pmatrix} + (x + y + z + w) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

e calcolarne il rango.

2) Determinare le soluzioni del sistema lineare omogeneo

$$\begin{cases} x - y + z - w = 0 \\ x + y - z - w = 0 \\ x + y + z - 3w = 0. \end{cases}$$

3) Calcolare il determinante del prodotto di matrici

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 5 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

4) Calcolare, se esiste, l'inversa della matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

5) Siano $e_1, e_2, e_3 \in \mathbb{R}^3$ i vettori della base canonica. Determinare per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ esiste un indice $i = 1, 2, 3$ tale che i tre vettori

$$\begin{pmatrix} a \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ a \end{pmatrix}, e_i,$$

sono linearmente dipendenti.

6) Date le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 6 \\ 16 & 25 & 36 \\ 64 & 125 & 216 \end{pmatrix},$$

quali, tra i due prodotti AB e BA , sono matrici invertibili? (il docente non si aspetta vagonate di conti ma un ragionamento teorico che tiene presente il risultato dell'esercizio 2 e le proprietà delle matrici di Vandermonde.)