

Esercizio 1. Calcolare rango e segnatura della forma quadratica

$$\Phi: \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}, \quad \Phi(x) = x_1^2 + 2x_2^2 - x_3^2 - x_5^2 + 2x_1x_2 + 4x_1x_3 + x_2x_3 - 2x_5x_4.$$

Esercizio 2. Scrivere la matrice, rispetto alla base canonica, della proiezione ortogonale di \mathbb{R}^3 sul piano di equazione $x + 2y - z = 0$.

Esercizio 3. Trovare la forma canonica di Jordan della matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Esercizio 4. Siano z e w coordinate in \mathbb{C}^2 .

a) Sia $X = \{(z, w) \in \mathbb{C}^2 \mid w^2 = z\}$ dotato della topologia indotta. Si determini se X è compatto, connesso, e di Hausdorff.

b) $X \setminus \{(0, 0)\}$ è connesso?

c) Sia $Y = \{(z, w) \in \mathbb{C}^2 \mid z^2 + w^2 = 1\}$ dotato della topologia indotta. Si determini se Y è compatto.