

CLASSIFICAZIONE DELLE CONICHE AFFINI REALI

MARCO MANETTI

Data una conica affine reale di equazione

$$aX^2 + 2bXY + cY^2 + 2dX + 2eY + f = 0$$

si considerano le matrici reali simmetriche

$$A = \begin{pmatrix} a & b & d \\ b & c & e \\ d & e & f \end{pmatrix}, \quad A' = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}.$$

Per definizione di conica la matrice A' è diversa da 0. Sono invarianti per l'azione del gruppo affine e per moltiplicazione per costanti:

- (1) il segno del determinante di A' ,
- (2) l'annullamento del determinante di A ,
- (3) il valore assoluto della segnatura σ di A .

Tali invarianti formano un sistema completo, con la casistica descritta nella seguente tabella.

			Esempio	Nome
$\det(A') < 0$	$\det(A) \neq 0$		$xy = 1$	iperbole
	$\det(A) = 0$		$xy = 0$	rette reali incidenti
$\det(A') > 0$	$\det(A) \neq 0$	$ \sigma = 1$	$x^2 + y^2 = 1$	ellisse
		$ \sigma = 3$	$x^2 + y^2 = -1$	ellisse immaginaria
	$\det(A) = 0$		$x^2 + y^2 = 0$	rette complesse coniugate incidenti
$\det(A') = 0$	$\det(A) \neq 0$		$x^2 = y$	parabola
	$\det(A) = 0$	$ \sigma = 0$	$x^2 = 1$	rette reali parallele
		$ \sigma = 1$	$x^2 = 0$	retta doppia
		$ \sigma = 2$	$x^2 + 1 = 0$	rette coniugate parallele

DIPARTIMENTO DI MATEMATICA "GUIDO CASTELNUOVO",
 UNIVERSITÀ DI ROMA "LA SAPIENZA",
 P.LE ALDO MORO 5, I-00185 ROMA, ITALY.

E-mail address: manetti@mat.uniroma1.it

URL: www.mat.uniroma1.it/people/manetti/