Università di Roma "La Sapienza"; corso di Geometria Analitica, tutoraggio del 9 ottobre 2007: E.A., M.M. e A.F.

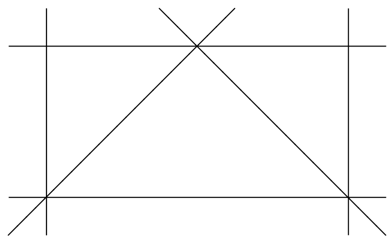
Esercizio 1. Trovare le equazioni della retta in $\mathbb{P}^2$ congiungente i punti $p = [1, 2, 0]$ e $q = [1, 0, 1]$

Esercizio 2. Siano: $L \subset \mathbb{P}^2$ la retta passante per i punti $[0, 1, 1]$ e $[1, 0, 1]$; $M \subset \mathbb{P}^2$ la retta passante per i punti $[1, 1, 1]$ e $[0, 2, -1]$. Determinare le coordinate omogenee del punto di intersezione di L e M.

Esercizio 3. Trovare l'equazione della retta di $\mathbb{P}^2$ passante per $[1, 1, 1]$ e per il punto di intersezione delle due rette di equazioni $X_1 + X_2 + X_3 = 0$ e $X_1 - X_2 + X_3 = 0$.

Esercizio 4. Trovare in $\mathbb{P}^3$ il punto di intersezione tra il piano $X_0 - X_1 + X_2 + 2X_3 = 0$ e la retta l congiungente i punti $p = [1, 2, 0, 0]$ e $q = [0, 1, 0, 1]$.

Esercizio 5. Disegnare la duale della seguente configurazione di 5 punti e 6 rette in $\mathbb{P}^2$.



****

Nota. Dato $L = \mathbb{P}U \subset \mathbb{P}V$ si scrive indifferentemente

$$\mathbb{P}(V/U)^* = \mathbb{P}\,\mathrm{Ann}(U) = L^\vee \qquad \text{oppure} \qquad \mathbb{P}(V/U)^* = \mathbb{P}\,\mathrm{Ann}(U) = L^\perp$$

Dati $L = \mathbb{P}U \subset \mathbb{P}V$ e $M = \mathbb{P}W \subset \mathbb{P}V$ si scrive indifferentemente

$$\mathbb{P}(U + W) = \overline{LM} \qquad \text{oppure} \qquad \mathbb{P}(U + W) = L + M$$

Si ricordi che

$$L \subset L' \iff (L')^\vee \subset L\,, \qquad L^\vee \cap (L')^\vee = (\overline{LL'})^\vee$$

****

Esercizio 6. Siano $\pi \subset \mathbb{P}^4$ un piano (i.e. sottospazio di dimensione 2) e $l \subset \mathbb{P}^4$ una retta tale che $l \cap \pi = p$ dove p è un punto. Dimostrare che $\dim \overline{\pi l} = 3$. Dualizzare l'asserzione appena fatta.

Esercizio 7. Spiegare in che senso i piani per una retta di $\mathbb{P}^3$ possono essere visti come i punti di un $\mathbb{P}^1$.

Esercizio 8. Siano $L \subset \mathbb{P}^3$ la retta di equazione $X_0 = X_1 = 0$ e $M \subset \mathbb{P}^3$ la retta di equazione $X_2 = X_3 = 0$. Trovare due punti $p \in L$ e $q \in M$ tali che p, q siano allineati con $[1, 2, 3, 4]$.