

Corso di Geometria Differenziale

I semestre 2008-09

Marco Manetti

1 Introduzione

Il tema principale del corso di Geometria Differenziale è lo studio degli oggetti geometrici (curve, superfici, varietà ecc.) utilizzando gli strumenti tipici dell'analisi matematica (calcolo differenziale, teoria della misura, equazioni differenziali, sistemi dinamici ecc.)

Il corso sarà idealmente diviso in due parti, ognuna delle quali può essere pensata come una introduzione ai corsi di Topologia Differenziale e Geometria Riemanniana rispettivamente.

Nella prima parte verranno introdotte le varietà differenziabili e le loro proprietà globali (orientabilità), locali e tangenziali. Nella seconda parte saranno studiati gli aspetti metrici locali (curvatura, torsione, geodetiche, trasporto parallelo) delle varietà e delle sottovarietà Riemanniane, con particolare riguardo alla teoria delle curve e superfici in \mathbb{R}^3 .

2 Prerequisiti

È necessario aver seguito i corsi di Analisi Matematica 1, Calcolo 2 e Geometria Analitica. Sono inoltre richieste la consocenze di base di topologia generale (spazi topologici, basi di una topologia, spazi di Hausdorff, connessione e compattezza).

3 Programma di massima

Prima parte: varietà differenziabili.

1. Funzioni differenziabili su aperti di \mathbb{R}^n , proprietà di fascio, germi e formula di Taylor con il resto.
2. Funzioni differenziabili su sottoinsiemi di \mathbb{R}^n , partizione dell'unità e applicazioni.
3. Varietà topologiche, atlanti differenziabili, atlanti massimali, fascio delle funzioni differenziabili. La categoria delle varietà differenziabili.
4. Spazio tangente e campi di vettori. Cenni su gruppi e algebre di Lie.
5. Teorema delle funzioni implicite e teorema di invertibilità locale, punti critici e regolari. Sottovarietà differenziabili.
6. Insiemi di misura nulla, teoremi di Sard e Brown, applicazioni.

Seconda parte: curve e superfici.

1. Curve nello spazio, lunghezza d'arco, curvatura, torsione, riferimenti di Frenet.
2. Superfici parametriche, prima e seconda forma fondamentale, curvatura media e Gaussiana, Teorema Egregium, geodetiche.

3. (se rimarrà tempo a disposizione) Varietà Riemanniane, connessione di Levi-Civita e trasporto parallelo.

4 Libri di testo

Non esiste un vero e proprio libro di testo, anche se potranno risultare di utile consultazione le monografie [1, Cap. I-IV], [2], [3], [4], [5] per la parte di topologia differenziale, [6], [7], [8] per la teoria di curve e superfici e [1, Cap. VII], [9] per la parte di Geometria Riemanniana.

Riferimenti bibliografici

- [1] W.M. Boothby: *An introduction to differentiable manifolds and Riemannian geometry*.
- [2] J.M. Lee: *Introduction to smooth manifolds*.
- [3] TH. Bröcker, K. Jänich: *Introduction to differential topology*
- [4] J. Milnor: *Topology from differential viewpoint*.
- [5] V. Guillemin, A. Pollack: *Differential topology*.
- [6] M. Abate, F. Tovena: *Curve e superfici*.
- [7] E. Kreyszig: *Differential geometry*.
- [8] M. Do Carmo: *Differential geometry of curves and surfaces*.
- [9] M. Do Carmo: *Riemannian geometry*.

Aggiornamenti e maggiori informazioni alla URL
www.mat.uniroma1.it/people/manetti/didattica.html