Algebra lineare

Anno accademico 2019/20

Prova scritta - 7 febbraio 2020

Cognome: ______________________________

Nome: ______________________________

Numero di matricola: ______________________________

Canale: *A-K (Mondello)* *L-Z (D'Andrea)*

Esercizio	Punti totali	Punteggio
1	7.5	
2	7.5	
3	7.5	
4	7.5	
Totale	30	

Occorre motivare le risposte. Una soluzione corretta priva di motivazione riceverà 0 *punti.*

Verrà corretto **solo quello che sarà scritto su queste pagine.**

Voto/30:

Esercizio 1. Determinare tutti gli $z \in \mathbb{C}$ che soddisfino l'equazione $z^4 = |z|$.

Risoluzione:

Esercizio 2. Sia V lo spazio vettoriale complesso delle matrici 3×3 a coefficienti complessi. Dire, motivando la risposta, quali dei seguenti sottoinsiemi di V siano sottospazi vettoriali.

(i) Il sottoinsieme $W = \{M \in V \mid M + 2M^T = 0\}$.

(ii) Il sottoinsieme $U = \{M \in V \mid \det(M) = 0\}$.

(iii) Il sottoinsieme $Z = \{M \in V \mid MM^T \text{ non è la matrice identità}\}$.

Risoluzione:

Esercizio 3. Si considerino i due sottospazi vettoriali $U, W \subset \mathbb{R}^4$ definiti come $U = \mathrm{Span}(u_1, u_2, u_3)$ e $W = \mathrm{Span}(w_1, w_2)$, dove

$$u_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, u_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}, u_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \\ k \end{pmatrix}, \qquad w_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, w_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

(i) Determinare equazioni cartesiane per U e calcolarne la dimensione al variare di $k \in \mathbb{R}$.

(ii) Dire se esistano valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali $U \subseteq W$.

(iii) Calcolare $\dim(U \cap W)$ quando $k = 0$.

Risoluzione:

Esercizio 4. Sia $L_A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo associato alla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

(i) Calcolare il polinomio caratteristico p_A di L_A.
Calcolare gli autovalori di L_A e determinarne le loro molteplicità algebriche e geometriche.

(ii) Determinare una matrice in forma di Jordan simile ad A.

(iii) Determinare il polinomio minimo q_A di L_A.

Risoluzione: