

Algebra lineare

ANNO ACCADEMICO 2018/19

Prova scritta - 22 gennaio 2019

Nome: _____

Cognome: _____

Numero di matricola: _____

Canale: *A-L (Fiorenza-De Concini)*

M-Z (Mondello)

Esame completo

Secondo esonero (solo esercizi 3-4)

Esercizio	Punti totali	Punteggio
1	8	
2	8	
3	8	
4	8	
Totale	32	

Occorre motivare le risposte. Una soluzione corretta priva di motivazione riceverà 0 punti.

Verrà corretto solo quello che sarà scritto su queste pagine.

Voto/30:

Esercizio 1. (a) Determinare gli $z \in \mathbb{C}$ che soddisfino $z(z - 2) = z + \bar{z}$.

(b) Siano $p_1 = x^3 - 3x^2 + 4x - 2$ e $p_2 = x^3 - 5x^2 + 8x - 6$ sono polinomi reali in x .
Calcolare il $\text{MCD}(p_1, p_2)$.

Risoluzione:

Esercizio 2. Sia $V = \mathbb{R}[x]_{\leq 3}$ lo spazio vettoriale reale dei polinomi in x di grado al più 3 e si considerino i seguenti sottoinsiemi di V :

$$W_1 = \{p \in V \mid p \text{ non ha radici negative}\}, \quad W_2 = \{p \in V \mid p(x-1) + p(x+1) = 2p(x)\}.$$

- (i) Determinare se ciascun W_i sia un sottospazio vettoriale di V .
- (ii) Determinare una base di quei W_i che sono sottospazi vettoriali di V .

Risoluzione:

Esercizio 3. Considerare lo spazio vettoriale reale $\mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$ delle matrici 3×3 reali e l'applicazione lineare $f : \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$ definita come $f(A) := A - 4A^T$.

- (i) Determinare autovalori e autospazi di f .
- (ii) Determinare le molteplicità geometriche degli autovalori di f e dire se f sia diagonalizzabile.
- (ii) Determinare polinomi caratteristico e minimo di f .

Risoluzione:

Esercizio 4. Sia $A \in \mathcal{M}_{4,4}(\mathbb{R})$ la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

- (i) Calcolare gli autovalori di A , le loro molteplicità algebriche, il 5 polinomio caratteristico p_A e dire se A sia triangolabile.
- (ii) Determinare le dimensioni degli autospazi e degli autospazi generalizzati di A e dire se A sia diagonalizzabile.
- (iii) Calcolare il polinomio minimo di A e determinare la forma di Jordan di A .
- (iv) Determinare una base di Jordan per A .

Risoluzione: