Geometria (LT Fisica)

Canale D-K

Prova scritta - 28 febbraio 2017

Nome: ____________________

Cognome: ____________________

Numero di matricola: ____________________

Esercizio	Punti totali	Punteggio
1	6	
2	6	
3	6	
4	6	
5	6	
Totale	30	

Occorre motivare le risposte. Una soluzione corretta priva di motivazione riceverà 0 *punti.*

Verrà corretto **solo quello che sarà scritto su queste pagine.**

Voto/30: ______

Esercizio 1. Siano $v_1, v_2, v_3, w_1, w_2 \in \mathbb{R}^4$ i vettori definiti da

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v_3 \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad w_1 = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad w_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Stabilire se i due sottospazi $V = \langle v_1, v_2, v_3 \rangle$ e $W = \langle w_1, w_2 \rangle$ di $\mathbb{R}^4$ siano uguali oppure no (fornendo adeguata motivazione).

Risoluzione:

Risposta:

$V = W$? **SI** / **NO** (cerchiare la risposta corretta)

Esercizio 2. Al variare del parametro $t \in \mathbb{R}$, si considerino i vettori $v_1(t), v_2(t), w(t) \in \mathbb{R}^3$ definiti da

$$v_1(t) = \begin{pmatrix} 1-t \\ 1+t \\ 1-2t \end{pmatrix}, \quad v_2(t) = \begin{pmatrix} 2+t \\ -1 \\ -2+3t \end{pmatrix}, \quad w(t) = \begin{pmatrix} 3-2t \\ t \\ -1 \end{pmatrix}.$$

(a) Determinare per quali valori di $t \in \mathbb{R}$ i vettori $v_1(t)$ e $v_2(t)$ siano linearmente indipendenti.

(b) Determinare per quali valori di $t \in \mathbb{R}$ il vettore $w(t)$ appartenga al sottospazio di $\mathbb{R}^3$ generato da $v_1(t)$ e $v_2(t)$.

Risoluzione:

Risposta:

(a) $v_1(t)$ e $v_2(t)$ sono linearmente indipendenti per

(b) $w(t) \in \langle v_1(t), v_2(t) \rangle$ per

Esercizio 3. Siano A, B le matrici reali 2×2 definite da

$$A := \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}.$$

(a) Dire se gli endomorfismi $A, B : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ siano diagonalizzabili.

(b) Stabilire se A e B siano coniugate l'una all'altra.

Risoluzione:

Risposta:

(a) A diagonalizzabile? **SI** / **NO**; B diagonalizzabile? **SI** / **NO** (cerchiare la risposta corretta)

(b) A e B sono coniugate? **SI** / **NO** (cerchiare la risposta corretta)

Esercizio 4. Determinare rango e segnatura della forma quadratica q su $\mathbb{R}^{2n+1}$ definita da

$$q(x_1, \ldots, x_{2n+1}) = \sum_{i=1}^{n} x_{2i-1}x_{2i} + x_{2n+1}^2 = x_1x_2 + x_3x_4 + \ldots + x_{2n-1}x_{2n} + x_{2n+1}^2.$$

Risoluzione:

Risposte: Rango di q: $\boxed{}$ Segnatura di q: $\boxed{}$

Esercizio 5. Considerare lo spazio vettoriale $\mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ delle matrici reali quadrate $n \times n$ e sia

$$T : \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R}) \to \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$$

l'applicazione

$$T(M) := M^t\,.$$

Determinare autovalori e autospazi di T. L'endomorfismo T è diagonalizzabile?

Risoluzione:

Risposta:

Autovalori di T: $\boxed{}$ Autospazi di T: $\boxed{}$ T diagonalizzabile? **SI** / **NO**