

Anno accademico 2016/2017

# Istituzioni di geometria superiore

ESERCIZI - 21/01/2017

---

**Esercizio 1.** Siano  $m < n$  interi positivi. Dimostrare che un'applicazione  $C^\infty$  da  $S^m$  a  $S^n$  è omotopa ad una mappa costante tramite un'omotopia  $C^\infty$ .

---

**Esercizio 2.** Sia  $n > 0$  e sia  $p \in \mathbb{C}\mathbb{P}^n$ . Calcolare  $H^*(\mathbb{C}\mathbb{P}^n \setminus \{p\})$  come  $\mathbb{R}$ -algebra.

---

**Esercizio 3.** Siano  $n \geq 2$  e  $d \geq 1$  interi, e sia

$$M := \{[X_0 : \dots : X_n] \in \mathbb{C}\mathbb{P}^n \mid F(X) = 0\}$$

dove  $0 \neq F \in \mathbb{C}[X_0, \dots, X_n]_d$  è un fissato polinomio omogeneo di grado  $d$ .

- (a) Dimostrare che, se  $L \subset \mathbb{C}\mathbb{P}^n$  è una retta non contenuta in  $M$ , allora  $|L \cap M| \leq d$  e in effetti esistono rette per le quali l'uguaglianza è ottenuta.
  - (b) Calcolare il numero di intersezione  $L \cap M$ , dove  $L$  è una retta di  $\mathbb{C}\mathbb{P}^n$ .
  - (c) Dimostrare che  $\tau_M = d \cdot \tau_H$ , dove  $H$  è un iperpiano proiettivo di  $\mathbb{C}\mathbb{P}^n$ .
-