

NOME e COGNOME _____

CANALE: G. Nappo VOTO: _____

N.B. Scrivere le risposte dei vari punti degli esercizi
oppure, in mancanza di tempo e/o di spazio, mettere una croce sui punti risolti degli esercizi.

Esercizio 1.

i) _____

ii) _____

iii) _____

iv) (a) _____ (b) _____ (c) _____

v) _____

Esercizio 2.

i) (a) _____ (b) _____

ii) _____

iii) _____

iv) _____

v) _____

vi) _____

Esercizio 3.

i) mostrato non mostrato

ii) $F_X(x)$ calcolato non calcolato grafico $F_X(x)$ disegnato non disegnato

iii) $\mathbb{E}(X)$ calcolato non calcolato $\mathbb{E}(X^2)$ calcolato non calcolato

iv) $P\left(\sum_{n=1}^{375} X_n > -45\right) \simeq$ _____

N.B. Scrivere le soluzioni degli esercizi su questi fogli **giustificando** brevemente i passaggi svolti.

ATTENZIONE: Non è necessario svolgere tutti i calcoli fino in fondo.

NOME e COGNOME _____

Esercizio 1. In una piccola biblioteca di classe ci sono 100 libri: 50 romanzi italiani, 30 romanzi francesi e 20 romanzi inglesi. Alla fine dell'anno scolastico, Luigi, che è risultato il migliore della classe, ha letto in tutto 30 romanzi, di cui: 10 italiani, 10 francesi e 10 inglesi.

I situazione. Supponiamo, che alla fine dell'anno scolastico, il migliore della classe venga premiato con il regalo di 20 libri scelti a caso fra i cento della libreria.

- i)* Calcolare la probabilità che fra i venti romanzi regalati ce ne siano 10 italiani, 5 francesi e 5 inglesi.
- ii)* Calcolare la probabilità che fra i 20 romanzi regalati, Luigi ne abbia già letti 8 (esattamente).
- iii)* Calcolare la probabilità che fra i 20 romanzi regalati, Luigi ne abbia già letti 4 (esattamente) italiani, 2 (esattamente) francesi e 2 (esattamente) inglesi.

II situazione. Supponiamo ora che i romanzi regalati siano stati scelti fra i romanzi della biblioteca, prendendone 10 a caso fra quelli italiani, 5 fra quelli francesi e 5 fra quelli inglesi.

- iv)* Calcolare la probabilità dei seguenti tre eventi:
 - (a) “fra i 10 romanzi italiani regalati, Luigi ne ha già letti 4 (esattamente)”
 - (b) “fra i 5 romanzi francesi regalati, Luigi ne ha già letti 2 (esattamente)”
 - (c) “fra i 5 romanzi inglesi regalati, Luigi ne ha già letti 2 (esattamente)”
- v)* Calcolare la probabilità che fra i 20 romanzi regalati, Luigi ne abbia già letti 4 (esattamente) italiani, 2 (esattamente) francesi e 2 (esattamente) inglesi.

N.B. Scrivere le soluzioni degli esercizi su questi fogli **giustificando** brevemente i passaggi svolti.

ATTENZIONE: Svolgere tutti i calcoli fino in fondo, SOLO se avete tempo.

NOME e COGNOME _____

Esercizio 2. Un sacchetto contiene m palline numerate da 1 a m . Viene estratta una pallina a caso e sia N il corrispondente numero estratto. Se $N = n$, viene lanciata una moneta equilibrata n volte. Sia X il numero di teste ottenute con questo procedimento. **Si ponga $m = 5$.**

- i)* (a) Sapendo che $N = 5$, calcolare la probabilità dell'evento $X = 3$.
(b) Sapendo che $N = 2$, calcolare la probabilità dell'evento $X = 3$.
- ii)* Calcolare la probabilità dell'evento $X = 3$.
- iii)* Dire se le variabili aleatorie X e N sono indipendenti giustificando la risposta.
- iv)* Sapendo che $X = 3$, calcolare la probabilità dell'evento $N = 5$.
- v)* Calcolare $\mathbb{E}(X|N = n)$ ed $\mathbb{E}(X)$.
- vi)* **FACOLTATIVO** Svolgere il punto precedente considerando m come un parametro.

N.B. Scrivere le soluzioni degli esercizi su questi fogli **giustificando** brevemente i passaggi svolti.

ATTENZIONE: È necessario svolgere tutti i calcoli fino in fondo

NOME e COGNOME _____

Esercizio 3. Sia X una variabile aleatoria con densità

$$f_X(x) = C x^2, \quad \text{per } x \in (-3, 3), \quad f_X(x) = 0, \quad \text{altrimenti.}$$

- i)* Mostrare che $C = \frac{1}{18}$.
- ii)* Calcolare la funzione di distribuzione $F_X(x)$ di X , disegnandone il grafico.
- iii)* Mostrare che $\mathbb{E}(X) = 0$ e $\mathbb{E}(X^2) = \frac{27}{5}$.
- iv)* Se $\{X_n\}_{n \geq 1}$ è una successione di variabili aleatorie indipendenti e tutte con la stessa distribuzione di X , calcolare approssimativamente

$$P\left(\sum_{n=1}^{375} X_n > -45\right).$$