

NOME e COGNOME _____

CANALE: G. Nappo VOTO: _____

N.B. Scrivere le risposte dei vari punti degli esercizi
oppure, in mancanza di tempo e/o di spazio, mettere una croce sui punti risolti degli esercizi.

Esercizio 1.

i) _____

ii) _____

iii) _____

iv) _____

v) _____

vi) _____

Esercizio 2.

i) _____

ii) _____

iii) _____

iv) _____

v) _____

vi) _____

Esercizio 3.

i) _____

ii) _____

iii) _____

iv) _____

Laurea triennale in MATEMATICA
ESAME DI **PROBABILITÀ 1** del 9.9.2011, Canale I-Z (G. Nappo)

NOME e COGNOME (scrivere in stampatello) _____

N.B. Scrivere le soluzioni degli esercizi esclusivamente su questi fogli giustificando brevemente i passaggi svolti. Non è necessario svolgere tutti i calcoli fino in fondo.

Esercizio 1. Il gioco del lotto consiste in un'estrazione casuale (senza reinserimento) di 5 numeri tra $\{1, \dots, 90\}$. Si può scommettere su diverse "ruote" e le estrazioni su ruote diverse sono indipendenti. La puntata "ambo" ("terno") consiste nella scelta di due (tre) numeri, se tali numeri sono tra i 5 estratti si vince.

– Emilio punta sull'ambo $\{4, 21\}$ sulla ruota di Roma e sul terno $\{30, 48, 67\}$ sulla ruota di Napoli.
(si pongano E_a l'evento "Emilio vince l'ambo" ed E_t l'evento "Emilio vince il terno")

- i) Calcolare la probabilità che Emilio vinca almeno una delle due giocate.
- ii) Sapendo che Emilio ha vinto l'ambo, quanto vale la probabilità che Emilio abbia vinto il terno?

– Fabio punta sull'ambo $\{4, 21\}$ e sul terno $\{30, 48, 67\}$ **entrambi** sulla ruota di Roma.
(si pongano F_a l'evento "Fabio vince l'ambo" ed F_t l'evento "Fabio vince il terno")

- iii) Calcolare la probabilità che Fabio vinca almeno una delle due giocate.
- iv) Sapendo che Fabio ha vinto l'ambo, quanto vale la probabilità che Fabio abbia vinto il terno?

– Giovanna punta sull'ambo $\{4, 21\}$ e sul terno $\{21, 48, 67\}$ **entrambi** sulla ruota di Roma.
(si pongano G_a l'evento "Giovanna vince l'ambo" ed G_t l'evento "Giovanna vince il terno")

- v) Calcolare la probabilità che Giovanna vinca almeno una delle due giocate.
- vi) Sapendo che Giovanna ha vinto l'ambo, quanto vale la probabilità che Giovanna abbia vinto il terno?

NOME e COGNOME (scrivere in stampatello) _____

N.B. Scrivere le soluzioni degli esercizi esclusivamente su questi fogli giustificando brevemente i passaggi svolti. Non è necessario svolgere tutti i calcoli fino in fondo.

Esercizio 2. Si supponga che in una fabbrica siano difettosi, in media, 3 computer ogni 1000, e che ciascun computer sia difettoso indipendentemente dagli altri.

- i)* Scrivere l'espressione della probabilità che in una fornitura di 500 computer ce ne siano almeno 2 difettosi.
(*si consiglia di indicare con N la variabile aleatoria che conta il numero di computer difettosi nella fornitura e di individuare la distribuzione di N*)
- ii)* Scrivere l'espressione della probabilità che in una fornitura di 500 computer ce ne siano al massimo 2 difettosi.
- iii)* Utilizzando un'opportuna approssimazione, trovare un'espressione approssimata per le probabilità dei due punti precedenti.

Si supponga ora che siano possibili solamente due tipi di malfunzionamento.

Inoltre si supponga che, **se un computer è difettoso**,

il primo tipo di malfunzionamento **si presenti entro un mese dall'acquisto** nel 40% dei casi,

il secondo tipo di malfunzionamento **si presenti entro un mese dall'acquisto** nel 60% dei casi

ed entrambi i tipi di malfunzionamento **si presentino entro un mese dall'acquisto** nel 30% dei casi.

- iv)* Calcolare la probabilità che, **se un computer è difettoso**, almeno uno dei due malfunzionamenti si presenti entro un mese dall'acquisto.
- v)* Calcolare la probabilità che, **se un computer è difettoso**, nessuno dei due malfunzionamenti si presenti entro un mese dall'acquisto.
- vi)* Avendo acquistato un computer e sapendo che nessuno dei due malfunzionamenti si è presentato nel primo mese dall'acquisto, calcolare la probabilità che il computer sia difettoso.
(*si consiglia di indicare con D l'evento "il computer acquistato è difettoso"*)

NOME e COGNOME (scrivere in stampatello) _____

N.B. Scrivere le soluzioni degli esercizi esclusivamente su questi fogli giustificando brevemente i passaggi svolti. **È necessario** svolgere tutti i calcoli fino in fondo.

Esercizio 3. Siano X ed Y due variabili aleatorie **indipendenti** entrambe con la stessa funzione di distribuzione $F(x)$. Si definisca

$$M := \max(X, Y).$$

- i)* Esprimere l'evento $\{M \leq x\} = \{\max(X, Y) \leq x\}$ in termini degli eventi $\{X \leq x\}$ e $\{Y \leq x\}$.
- ii)* Esprimere $F_M(x)$, ossia la funzione di distribuzione di $M = \max(X, Y)$, in termini della funzione di distribuzione $F(x)$.
- iii)* Nel caso in cui X e Y siano variabili aleatorie esponenziali di parametro $\lambda = 1$, calcolare la funzione di distribuzione $F_M(x)$ e dimostrare che la densità di probabilità $f_M(x)$ della variabile aleatoria M è data da

$$f_M(x) = \begin{cases} 0, & \text{per } x < 0, \\ 2e^{-x} - 2e^{-2x}, & \text{per } x > 0. \end{cases}$$

- iv)* Sempre nel caso in cui X e Y siano variabili aleatorie esponenziali di parametro $\lambda = 1$, calcolare il valore atteso della variabile aleatoria M .