

Corso di Laurea Triennale in Matematica
Calcolo delle Probabilità I (docenti G. Nappo, F. Spizzichino)

Prima prova in itinere, Mercoledì 21 Aprile 2004 (tempo a disposizione: 3 ore).
Scrivere su ogni foglio **NOME** e **COGNOME**. Le risposte devono essere giustificate sui fogli protocollo e riportate nel foglio **RISPOSTE**.

Esercizio 1. In un seggio elettorale ci sono tre diverse sezioni, diciamo 1, 2 e 3; ognuna prevede 30 elettori. **È noto che:**

nella sezione 1, 20 elettori votano per lo schieramento A e 10 per lo schieramento B

nella sezione 2, 15 elettori votano per lo schieramento A e 15 per lo schieramento B

nella sezione 3, 10 elettori votano per lo schieramento A e 20 per lo schieramento B

I SITUAZIONE Supponiamo che tre elettori siano scelti a caso (senza reinserimento) da quelli iscritti alla sezione 1:

a) **in tal caso**, qual è la probabilità che, sui tre elettori scelti, due votino per A ed uno per B?

II SITUAZIONE Supponiamo ora di sapere che i tre elettori sono stati scelti a caso (senza reinserimento) da quelli iscritti ad una delle tre sezioni, ma non sappiamo da quale e attribuiamo probabilità $1/3$, $1/3$, $1/3$ alle tre possibilità:

b) **in tal caso**, qual è la probabilità che, sui tre elettori scelti, due votino per A ed uno per B?

c) **sempre in tal caso**, qual è la probabilità condizionata che i tre elettori provenissero dalla sezione 2, **sapendo che** due di loro votano per A ed uno per B?

Esercizio 2. Le lezioni di un certo insegnamento, per il quale sono previsti in tutto 35 distinti giorni di lezione, sono tenute in due canali paralleli dalla Professoressa U e dal Professor V . Si supponga che, per ciascun singolo giorno, U e V abbiano ciascuno una probabilità uguale a 0.05 di essere assente, indipendentemente uno dall'altro.

a) Qual è la probabilità che entrambi facciano lezione in un giorno prefissato?

b) Qual è la probabilità che soltanto uno dei due (non importa quale) faccia lezione in un giorno prefissato?

c) Qual è la probabilità che nessuno dei due faccia lezione in un giorno prefissato?

Si supponga anche l'indipendenza stocastica fra quanto avviene in giorni diversi. Siano X il numero di giorni in cui fanno lezioni entrambi, Y il numero di giorni in cui fa lezione solo uno dei due (non importa quale), Z il numero di giorni in cui non fa lezione nessuno dei due (ovviamente dunque $X + Y + Z = 35$).

d) Qual è la distribuzione di probabilità di X ?

e) Qual è la distribuzione di probabilità di Y ?

- f) Qual è la distribuzione di probabilità di Z ?
- g) (**facoltativo**) Qual è la probabilità dell'evento $\{X = 28, Y = 6\}$?

Esercizio 3. X ed Y sono due variabili aleatorie la cui distribuzione di probabilità congiunta è indicata nella seguente tabella (per entrambe l'insieme dei valori possibili è costituito da $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$):

X/Y	-2	-1	0	1	2
-2	0	0.1	0	0	0.05
-1	0.1	0.1	0.05	0	0
0	0	0.05	0	θ	0
1	0	0	θ	0.05	0.05
2	0.05	0	0	0.05	0.1

- a) Calcolare il valore della costante θ
- b) Calcolare la distribuzione marginale di X
- c) Calcolare la distribuzione condizionata di Y , dato $\{X = 0\}$
- d) $\{X = 2\}$ ed $\{Y = 2\}$ sono stocasticamente indipendenti, correlati positivamente o correlati negativamente?
- e) X ed Y sono stocasticamente indipendenti?
- f) Calcolare la distribuzione di probabilità della variabile aleatoria $Z = X + Y$
- g) (**facoltativo**) Calcolare il valore atteso della variabile aleatoria Z

FOGLIO RISPOSTE della prima prova in itinere, Mercoledì 21 Aprile 2004

NOME e COGNOME

canale NAPPO

canale SPIZZICHINO

Esercizio 1. -----

a) nella I SITUAZIONE la probabilità che, sui tre elettori scelti, due votino per A ed uno per B vale

b) nella II SITUAZIONE, la probabilità che, sui tre elettori scelti, due votino per A ed uno per B vale

c) nella II SITUAZIONE, la probabilità condizionata che i tre elettori provenissero dalla sezione 2, **sapendo che** due di loro votano per A ed uno per B vale

Esercizio 2. -----

a) la probabilità che entrambi facciano lezione in un giorno prefissato vale

b) la probabilità che soltanto uno dei due (non importa quale) faccia lezione in un giorno prefissato vale

c) la probabilità che nessuno dei due faccia lezione in un giorno prefissato vale

d) la distribuzione di probabilità di X è ovvero

$$\mathbb{P}(X = k) = \dots \text{ per } k = \dots$$

e) la distribuzione di probabilità di Y è ovvero

$$\mathbb{P}(Y = k) = \dots \text{ per } k = \dots$$

f) la distribuzione di probabilità di Z è ovvero

$$\mathbb{P}(Z = k) = \dots \text{ per } k = \dots$$

g) (facoltativo) la probabilità dell'evento $\{X = 28, Y = 6\}$ vale

Esercizio 3. -----

a) il valore della costante θ è

b) la distribuzione marginale di X è individuata da

.....
.....
.....

c) la distribuzione condizionata di Y , dato $\{X = 0\}$ è individuata da

.....
.....
.....

d) $\{X = 2\}$ ed $\{Y = 2\}$ sono

stocasticamente indipendenti correlati positivamente correlati negativamente

e) X ed Y sono stocasticamente indipendenti SI NO

f) la distribuzione di probabilità di $Z = X + Y$ è individuata da

.....
.....
.....

g) (facoltativo) il valore atteso della variabile aleatoria Z vale