

**Calcolo delle Probabilità 1 2004/05 - Laurea triennale**  
**Foglio esercizi n.9**

**Consegnato mercoledì 18 maggio 2005.**

**Consegnare le risposte entro mercoledì 25 maggio 2005.**

1. Sia  $X$  una v.a. di Poisson di parametro  $\lambda$ . Si verifichi che

$$E(X) = \lambda, \quad e \quad Var(X) = \lambda.$$

2. Sia  $T$  una v.a. geometrica di parametro  $\theta$  (a partire da 1). Si verifichi che

$$E(T) = \frac{1}{\theta}, \quad e \quad Var(T) = \frac{1 - \theta}{\theta^2}.$$

3. Sia  $X$  una v.a. esponenziale di parametro  $\lambda$ . Si verifichi che

$$E(X) = \frac{1}{\lambda}, \quad e \quad Var(X) = \frac{1}{\lambda^2}$$

4. Sia  $X$  una v.a. gaussiana standard. Si verifichi che

$$E(X) = 0, \quad e \quad Var(X) = 1$$

5. Sia  $X$  una variabile aleatoria con funzione di densità di probabilità

$$f_X(x) = \begin{cases} kx & \text{per } 0 \leq x \leq 1 \\ k(2-x) & \text{per } 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

a) Trovare il valore della costante  $k$  e disegnare il grafico di  $f_X$ .

b) Trovare la funzione di distribuzione di  $X$  e disegnarne il grafico.

c) Sia  $Y = -X + 1$ . Calcolare<sup>1</sup> la funzione di distribuzione di  $Y$ .

d) Calcolare il valore atteso di  $Y$ .

6. Sia  $X_1$  una variabile aleatoria<sup>2</sup> che può assumere i valori  $0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}$  e con

$$p_{X_1}(0) = P(X_1 = 0) = \frac{1}{10}, \quad p_{X_1}\left(\frac{1}{2}\right) = P(X_1 = \frac{1}{2}) = \frac{1}{10},$$

$$p_{X_1}(1) = P(X_1 = 1) = \frac{4}{10}, \quad p_{X_1}\left(\frac{3}{2}\right) = P(X_1 = \frac{3}{2}) = \frac{4}{10}.$$

Si ponga il valore atteso di  $X_1$  uguale a  $\mu$  e la sua varianza uguale a  $\sigma^2$ .

Siano  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_{100}$  delle variabili aleatorie con la stessa distribuzione di  $X_1$  e (globalmente) indipendenti tra loro e si ponga  $Y_{100} \equiv \frac{\sum_{j=1}^{100} X_j}{100}$ . Utilizzando il Teorema Centrale del Limite, approssimare la probabilità

$$P\left(\left\{\mu - \frac{1}{10} \leq Y_{100} \leq \mu + \frac{1}{10}\right\}\right),$$

---

<sup>1</sup>Si consiglia di disegnare il grafico di  $F_Y$ , per verifica.

<sup>2</sup>Si tratta della stessa v.a. dell'Esercizio 1 del foglio 7