FPV: secondo esonero

28 febbraio 2007

2.1. Esercizio.

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{e^{x^2y^2}-1}{x^2+y^2} & \text{se} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ \\ 0 & \text{se} \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

- calcolare il gradiente di f in $\mathbb{R}^2 - (0,0)$,
- calcolare il gradiente nell'origine,
- provare che f é differenziabile in tutto $\mathbb{R}^2$ inclusa l'origine.

2.2. Esercizio.

$$F(x,y) = x^2 + y^2 + \int_x^y \sqrt{1+\sin^2(t)}\, dt$$

- determinare le derivate parziali prime $F_x(x,y)$, $F_y(x,y)$
- determinare il polinomio di Taylor di secondo ordine e punto iniziale $(0,0)$ relativo alla $F(x,y)$
- posto $\Phi(u,v) = F(u^2,v^2)$ calcolare il gradiente di Φ.

2.3. Esercizio.

$$f(x,y) = 1 + (x+y)^2 + 2y^2$$

- determinare i punti critici,
- classificarli come punti di minimo, massimo o sella,
- determinare il minimo e il massimo di f in
$$T := \{0 \le x \le 1, \quad 0 \le y \le 1-x\}$$

2.4. Esercizio. Assegnati i domini normali

$$\begin{array}{rl} \Omega_- := & \{-1 \le x \le 0, \ \ 2x^2-1 \le y \le x^2\}, \\ \Omega_+ := & \{\ \ 0 \le x \le 1, \ \ 2x^2-1 \le y \le x^2\} \end{array}$$

calcolare i seguenti integrali doppi

- $$\iint_{\Omega_-} x\, dx\, dy, \qquad \iint_{\Omega_+} x\, dx\, dy$$
- $$\iint_{\Omega_-} x\, e^y\, dx\, dy, \qquad \iint_{\Omega_+} x\, e^y\, dx\, dy$$
- $$\iint_{\Omega_- \cup \Omega_+} x^2\, dx\, dy$$