

### 1. Deposito bancario

$$C(t+1) = C(t) + \alpha C(t) \quad \rightarrow \quad C(t+1) - C(t) = \alpha C(t)$$

$$C\left(t + \frac{1}{n}\right) - C(t) = \alpha C(t) \frac{1}{n} \quad \rightarrow \quad \frac{C\left(t + \frac{1}{n}\right) - C(t)}{\frac{1}{n}} = \alpha C(t)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{C(t+h) - C(t)}{h} = \alpha C(t)$$

$$C'(t) = \alpha C(t) \quad \rightarrow \quad C'(t) - \alpha C(t) = 0$$

### 2. Decadimento radioattivo

$$y(t+1) = y(t) - \gamma y(t) \quad \rightarrow \quad y(t+1) - y(t) = -\gamma y(t)$$

$$y\left(t + \frac{1}{n}\right) - y(t) = -\gamma y(t) \frac{1}{n} \quad \rightarrow \quad \frac{y\left(t + \frac{1}{n}\right) - y(t)}{\frac{1}{n}} = -\gamma y(t)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{y(t+h) - y(t)}{h} = -\gamma y(t)$$

$$y'(t) = -\gamma y(t) \quad \rightarrow \quad y'(t) + \gamma y(t) = 0$$

### 3. Scambio di calore

Sia  $T(t)$  la differenza di temperatura tra l'oggetto e l'acqua in cui è immerso: la variazione  $T(t+1) - T(t)$  che  $T(t)$  subisce è proporzionale a  $T(t)$  stesso

$$T(t+1) - T(t) = -kT(t) \quad \rightarrow \quad T\left(t + \frac{1}{n}\right) - T(t) = -kT(t) \frac{1}{n}$$

$$\frac{T\left(t + \frac{1}{n}\right) - T(t)}{\frac{1}{n}} = -kT(t) \quad \rightarrow \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{T(t+h) - T(t)}{h} = -kT(t)$$

$$T'(t) = -kT(t) \quad \rightarrow \quad T'(t) + kT(t) = 0$$

#### 4. Pressione atmosferica

Accolta la legge di Boyle che lega la pressione  $p(h)$  alla densità  $\sigma(h)$

$$p(h) = a \sigma(h)$$

si ha

$$p(h) = p_0 - g \int_0^h \sigma(s) ds \quad \rightarrow \quad p'(h) = -g \sigma(h)$$

da cui, usando la legge di Boyle,

$$p'(h) = -\frac{g}{a} p(h)$$

Il problema di Cauchy per determinare  $p(h)$  é quindi

$$\begin{aligned} p'(h) &= -\frac{g}{a} p(h) & \rightarrow & \quad p(h) = p_0 e^{-\frac{g}{a} h} \\ p(0) &= p_0 \end{aligned}$$

La relazione precedente corrisponde servendosi dei logaritmi a

$$\ln(p) = \ln(p_0) - \frac{g}{a} h \quad \rightarrow \quad h = \frac{a}{g} \cdot \ln\left(\frac{p_0}{p}\right)$$

#### 5. Sviluppo di reazioni chimiche

In analogia al decadimento radioattivo la variazione  $u(t+1) - u(t)$  della concentrazione  $u(t)$  di una sostanza in un suo solvente é proporzionale alla concentrazione stessa

$$u(t+1) - u(t) = -k u(t) \quad \rightarrow \quad u\left(t + \frac{1}{n}\right) - u(t) = -k u(t) \frac{1}{n}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{u(t+h) - u(t)}{h} = -k u(t) \quad \rightarrow \quad u'(t) = -k u(t)$$

#### 6. Extracorrenti di apertura e/o di chiusura

Detta  $I(t)$  l'intensità di corrente che circola in un circuito di resistenza  $R$  e induttanza  $L$  cui sia inserito un generatore di forza elettromotrice  $E$  riesce, in conseguenza dell'autoinduzione la equazione seguente

$$R \cdot I(t) = E - L \cdot I'(t) \quad \rightarrow \quad I'(t) = -\frac{R}{L} \cdot I(t) + \frac{E}{L}$$

Supponendo che  $I(0) = 0$  allora si ha

$$I(t) = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$