

## Esercitazione di Algebra Lineare - 20/11/2013

Paolo Piccinni - Alessia Nota

### Esercizio 1

Sia  $T$  l'endomorfismo di  $\mathbb{R}^3$  così definito  $T(x_1, x_2, x_3) = (2x_1 + x_3, -2x_1 + x_2 + x_3, x_2 + 2x_3)$ .

- i) Scrivere la matrice associata a  $T$  rispetto alle basi canoniche e determinare il nucleo e l'immagine di  $T$ .
- ii) Stabilire se  $T$  è iniettiva. Trovare, al variare del parametro reale  $k$ , tutti i vettori  $v$  tali che  $T(v) = (3, 3, k)$ .

### Esercizio 2

Sia  $S : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  l'applicazione lineare associata alla matrice  $B$

$$B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}. \quad (0.0.1)$$

Determinare l'immagine attraverso  $S$  del piano  $\pi : x + 2y = 0$ .

### Esercizio 3

Piano affine ordinario  $RA(Oxy)$ . Sono assegnate le rette

$$s : \begin{cases} x = 1 - 2t, \\ y = 2t, \end{cases} \quad s' : x - 2y + 1 = 0, \quad s'' : 2x + y - 2 = 0.$$

Determinare un'equazione cartesiana della retta  $r$  parallela ad  $s$  e passante per il punto  $P_0 = s' \cap s''$ .

### Esercizio 4

Spazio affine ordinario  $RA(Oxyz)$ . Siano assegnati il punto  $P_0(1, -1, -1)$  e le rette

$$r : \begin{cases} x - y - 1 = 0, \\ y + z = 0, \end{cases} \quad r' : \begin{cases} 2x + 3y - 2z = 0, \\ x - 3y + z - 1 = 0. \end{cases}$$

- i) Verificare che  $r, r'$  sono sghembe.
- ii) Verificare che  $P_0 \notin r, P_0 \notin r'$ .
- iii) Determinare equazioni cartesiane della retta  $s$  passante per  $P_0$  e coplanare sia con  $r$  che con  $r'$ .

iv) Verificare che  $s$  è incidente le due rette  $r$  e  $r'$ .

**Esercizio 5**

Spazio affine ordinario  $RA(Oxyz)$ .

i) Determinare una base per la giacitura del piano

$$p : 2x - y + 2 = 0,$$

ed equazioni parametriche di  $p$ .

ii) Scrivere un'equazione cartesiana del piano  $q$  di equazioni parametriche

$$q : \begin{cases} x = 1, \\ y = t, \\ z = s. \end{cases}$$

iii) Determinare i parametri direttori della retta ottenuta come intersezione del piano  $p$  con il piano  $q$ .