Cognome: .... **Nome:** .... **Matricola:** ....

Orale previsto per: **Primo Appello** **Secondo Appello**

(indicare con una croce la previsione, che comunque non è vincolante)

Algebra Lineare (I-Z) Prof. P. Piccinni - Prova in itinere del 13.1.2014

Norme per le prove in itinere e le prove scritte d'esame

1. Scrivere subito cognome, nome, numero di matricola e appello prescelto per l' orale su questo foglio.
2. Utilizzare la parte bianca (fronte e retro) di questi tre fogli per la bella copia. I fogli protocollo distribuiti a parte saranno invece utilizzati per la minuta e non devono essere consegnati.
3. Svolgere gli esercizi con ordine e completezza dando breve indicazione del procedimento e dei calcoli eseguiti, senza far riferimento alla minuta. Nel giudizio si terrà conto della chiarezza di esposizione.
4. Durante le prove si possono consultare testi e appunti. Non è invece consentito l'uso di calcolatrici e di telefoni cellulari.
5. La durata della prova è di 2 ore. Durante la prova non è consentito uscire dall'aula.

Esercizio 1. Nello spazio euclideo $\mathbf{E}^3$, usando coordinate (x, y, z) relative a un riferimento cartesiano, si considerino i punti

$$A = (3, -2, -1), \; B = (0, -1, -2), \; C = (4, -4, 0).$$

i) Verificare che i punti A, B, C non sono allineati.
ii) Scrivere l'equazione cartesiana del piano α contenente i punti A, B, C.
iii) Scrivere le equazioni parametriche delle rette AB, AC e BC.
iv) Calcolare l'area del triangolo ABC.
v) ABC è un triangolo rettangolo? (Motivare la risposta)

Esercizio 2. Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$$

i) Scrivere il polinomio caratteristico e determinare gli autovalori di A.

ii) Stabilire se A è diagonalizzabile, e in caso affermativo determinare una base di $\mathbb{R}^3$ formata da autovettori di A.

Esercizio 3. Sia $T : M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$ l'operatore lineare sullo spazio vettoriale reale $V^4 = M_2(\mathbb{R})$ definito dalla formula

$$T(M) = M + 2M^t,$$

ovvero, se $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, più esplicitamente:

$$T\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3a & b+2c \\ c+2b & 3d \end{pmatrix}.$$

i) Con riferimento alla base canonica

$$\mathbb{E} = \left\{ E_{11} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, E_{12} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, E_{21} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, E_{22} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

dello spazio vettoriale $M_2(\mathbb{R})$, scrivere la matrice A associata a T.

ii) Stabilire se T è diagonalizzabile.

iii) Determinare gli autovalori di T con le rispettive molteplicità algebriche e geometriche.