Esercitazione di Geometria del 9.11.2012 (Corso di laurea in Fisica, Canale Cf-K)
Prof. P. Piccinni

1. Si consideri l'equazione $4z^3 + z = 0$, a coefficienti in $\mathbb{C}$. Stabilire quali tra le seguenti affermazioni sono vere (eventualmente anche più risposte):

   $\boxed{1}$ Le soluzioni sono $z_1 = 2i$; $z_2 = -2i, z_3 = 0$

   $\boxed{2}$ Le soluzioni sono $z_1 = \frac{1}{2i}, z_2 = -\frac{1}{2i}, z_3 = 0$

   $\boxed{3}$ Le soluzioni sono $z_1 = \frac{i}{2},\ z_2 = -\frac{i}{2}, z_3 = 0$

   $\boxed{4}$ Nessuna delle precedenti.

2. Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} 2/3 & 2/3 & 1/3 \\ 1/3 & -2/3 & 2/3 \\ 2/3 & -1/3 & -2/3 \end{pmatrix}$. Stabilire quali tra le seguenti affermazioni è vera:

   $\boxed{1}$ A è invertibile e la sua inversa è $\begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 2/3 \\ 2/3 & -2/3 & -1/3 \\ 1/3 & 2/3 & 2/3 \end{pmatrix}$

   $\boxed{2}$ A è invertibile e la sua inversa è $\begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & -2/3 \\ 2/3 & -2/3 & 1/3 \\ 1/3 & 2/3 & -2/3 \end{pmatrix}$

   $\boxed{3}$ A è invertibile e la sua inversa è $\begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 2/3 \\ 2/3 & -2/3 & -1/3 \\ 1/3 & 2/3 & -2/3 \end{pmatrix}$

   $\boxed{4}$ A è una matrice ortogonale

3. Si considerino nello spazio $\mathbb{R}^3$ i seguenti cinque vettori $\vec{v}_1 = (1,1,3), \vec{v}_2 = (2,-1,1), \vec{v}_3 = (-1,5,7), \vec{v}_4 = (4,-5,-3), \vec{v}_5 = (6,0,8)$. Stabilire quali tra le seguenti affermazioni è vera (eventualmente anche più risposte):

   $\boxed{1}$ $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \vec{v}_4, \vec{v}_5$ sono linearmente dipendenti

   $\boxed{2}$ $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \vec{v}_4, \vec{v}_5$ sono complanari

   $\boxed{3}$ $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \vec{v}_4, \vec{v}_5$ sono paralleli

   $\boxed{4}$ Nessuna delle precedenti

4. Stabilire quali tra le seguenti affermazioni sono vere (eventualmente anche più risposte)

   $\boxed{1}$ Sia $A \in M_2(\mathbb{R})$ simmetrica ($A = A^t$). Allora $\det A \geq 0$

   $\boxed{2}$ Sia $A \in M_2(\mathbb{R})$ antisimmetrica ($A = -A^t$). Allora $\det A \geq 0$

   $\boxed{3}$ Sia $A \in M_3(\mathbb{R})$ simmetrica ($A = A^t$). Allora $\det A = 0$

   $\boxed{4}$ Sia $A \in M_3(\mathbb{R})$ antisimmetrica ($A = -A^t$). Allora $\det A = 0$

   $\boxed{5}$ Nessuna delle precedenti

5. Siano $A_1, A_2 \in M_2(\mathbb{R})$. Stabilire quali tra le seguenti affermazioni sono vere (eventualmente anche più risposte)

$\boxed{1}$ Se A_1 e A_2 sono simmetriche ($A_1 = A_1^t, A_2 = A_2^t$), allora $A_1 + A_2$ è simmetrica

$\boxed{2}$ Se A_1 e A_2 sono antisimmetriche ($A_1 = -A_1^t, A_2 = -A_2^t$), allora $A_1 + A_2$ è antisimmetrica

$\boxed{3}$ Se A_1 e A_2 sono simmetriche, allora il prodotto $A_1 A_2$ è una matrice simmetrica

$\boxed{4}$ Se A_1 e A_2 sono antisimmetriche, allora il prodotto $A_1 A_2$ è una matrice antisimmetrica

$\boxed{5}$ Nessuna delle precedenti

6. Sia $A \in M_n(\mathbb{R})$, sia M la sua trasposta e siano I e 0 risp. la matrice identica e la matrice nulla. Stabilire quali tra le seguente implicazioni sono corrette (anche più risposte)

$\boxed{1}$ $AA^t = I \Rightarrow \det A = \pm 1$

$\boxed{2}$ $\det A = 1 \Rightarrow AA^t = I$

$\boxed{3}$ $AA^t = 0 \Rightarrow A = 0$

$\boxed{4}$ $AA^t = 0 \Rightarrow \det A = 0$

7. Sia $V = M_2(\mathbb{R})$ lo spazio vettoriale delle matrici quadrate di ordine 2 ad elementi reali. Si considerino le matrici $A_{11} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $A_{12} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $A_{21} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A_{22} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
Stabilire quali tra le seguenti affermazioni sono vere (eventualmente anche più risposte)

$\boxed{1}$ $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}$ sono linearmente indipendenti

$\boxed{2}$ $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}$ sono una base di V

$\boxed{3}$ $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}$ generano un sottospazio vettoriale proprio di V

$\boxed{4}$ Nessuna delle precedenti

8. Sia $V = \{p(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2; a_i \in \mathbb{R}\}$ lo spazio vettoriale dei polinomi di grado ≤ 2 a coefficienti reali, e si consideri la sua base $\mathbb{E} = \{p_1(x) = 1 + x, p_2(x) = 1 + x^2, p_3(x) = x + x^2\}$. Dire quali sono le coordinate del polinomio $1 + x + x^2$ in tale base:

$\boxed{1}$ $(1, 1, 1)$.

$\boxed{2}$ $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.

$\boxed{3}$ $(2, 2, 2)$.

$\boxed{4}$ Nessuna delle precedenti.